דוח מסכם – פרויקט מחקר 2 הערכת מעטפת המעוף של רקטה בשלב ההאצה בהתחשב במגוון אי הוודאויות

*טל גולדברג

* הפקולטה להנדסת אווירונאוטיקה וחלל, טבניון - מבון טבנולוגי, ישראל.

תקציר

בחלק מהשלמת תהליך תכן של רקטה המונעת על ידי מנוע מגח, נבחנה השפעת גורמים בעלי אי וודאות על מעטפת המעוף בשלב ההאצה. לצורך בחינת המעטפת נעשה שימוש בשיטת מונטה קרלו וסימולציית שלוש דרגות חופש עבור הרקטה.

במסגרת הדוח המפורט נבחנו אי הוודאויות של הגורמים הבאים: מודל דחף, מודל גרר, זווית שיגור, מסת הכלי, מיקום מרכז הכובד וכן צפיפות האוויר. כמו כן, ישנה התמקדות במספר המאך המתקבל בסוף שלב ההאצה, זאת על מנת לבחון את היתכנות להתנעת המגח (נדרש מאך מינימלי להתנעה).

בפרק התוצאות, ב-0.35% מתוך התהליכים שנבדקו התקבל מספר מאך בסוף שלב ההאצה הנמוך מהמאך המינימלי המוגדר להתנעה. כמו כן, מפרק זה עולה כי הגורם העיקרי המשפיע על האצת המגח הינו מסת הכלי ההתחלתית, וכן הגורם המשני הינו מודל הדחף.

בנוסף, דוח זה כולל תהליך אופטימיזציה עבור תכן אווירודינמי של תצורת המייצבים, כאשר מתהליך זה עולה כי לתצורת המייצבים (מלבד עובי המייצבים שלא נבחן) השפעה זניחה על מספר המאך המתקבל.

תוכן עניינים

1	תקציר
3	רשימת סימנים
5	מבוא
5	הגישה ההסתברותית
5	שיטת מונטה קרלו
6	מספר אקראי
7	שיטת העבודה
7	סימולציה 3DOF
11	מודל אי הוודאויות
11	תהליך העבודה
12	תוצאות
12	ריצה נומינלית
13	בחינת מעטפת
18	סיכום
18	מקורות
19	
19	נספח א': בחינת תכן המייצבים בעזרת אופטימיזציה

רשימת איורים

י התפלגות אחידה רציפה	איור 1: גרן
י התפלגות נורמליתי	איור 2: גרן
ל 3 דרגות חופש, מערכת צירי גוף ומערכת צירים אינרציאלית	איור 3: מוד
מטרי תכן עבור המייצבים	איור 4: פרו
ל דחף נומינלי במהלך שלב ההאצה	איור 5: מוז
ל שינוי המסה נומינלי במהלך שלב ההאצה ל שינוי המסה נומינלי במהלך שלב ההאצה	איור 6: מוז
ל שינוי מרכז כובד נומינלי במהלך שלב ההאצה	איור 7: מוז
ה נומינלית – מספר מאך בנגד הזמן במהלך שלב ההאצה	איור 8: ריצ
ה נומינלית – גובה כנגד טווח במהלך שלב ההאצה	איור 9: ריצ
	איור 10: ה
בה כנגד טווח במהלך שלב האצה	איור 11: גו
תפלגות הפרמטרים המוגרלים על פי מודל אי הוודאויות	איור 12: ה
ורלציית הפרמטרים המוגרלים אל מול מספר המאך בסוף האצה	איור 13: ק
צגת פיזור מספר המאך בסוף האצה כנגד אפיצות מקדם הדחף והמסה ההתחלתית	איור 14: ה
צגת פיזור אפיצות מקדם הגרר כנגד אפיצות מקדם הדחף והמסה ההתחלתית	איור 15: ה
ודל תוכנת modeFRONTIER	איור 16: מ
הליך האופטימיזציה – מספר מאך סופי כתלות במרווח היציבות המינימלי	איור 17: ת
כן נומינלי – מספר מאך כתלות בזמן	איור 18: ת
כן נומינלי – מרווח יציבות כתלות בזמן	איור 19: ת
כו אופטימלי – מספר מאך כתלות בזמן4	איור 20: ת
י כן אופטימלי – מרווח יציבות כתלות בזמן	איור 21: ת

רשימת טבלאות

8	טבלה 1: פרמטרי המודל האווירודינמי הטבלאי
11	טבלה 2: פרמטרי מודל אי הוודאויות
17	

רשימת סימנים

תיאור	יחידות	סימן
הסתברות לבישלון מערכת	[~]	P_f
קוטר הגוף	[<i>m</i>]	d
אורך החרטום	[m]	L _{nose}
אורך הגוף	[m]	L _{body}
אורך ייחוס, שווה לקוטר הגוף	[<i>m</i>]	l _{ref}
שטח ייחוס, שווה לשטח חתך הגוף	$[m^2]$	S _{ref}
מנת היצרות המייצבים	[~]	λ
מיתר שורש המייצבים	[<i>m</i>]	C _{root}
מוטת המייצבים החשופה	[<i>m</i>]	b _{exposed}
מהירות הקול	$\left[\frac{m}{s}\right]$	а
תאוצת הכובד	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$	g
קואורדינטה אופקית – טווח	[m]	X_E
(מופיע כ- <i>h</i> לעיתים h-קואורדינטה אנכית –	[m]	Z_E
מהירות הטיסה	$\left[\frac{m}{s}\right]$	V
מספר מאך	[~]	Mach
לחץ דינמי	[<i>Pa</i>]	q_D
צפיפות האוויר	$\left[\frac{Kg}{m^3}\right]$	ρ
מסת הרקטה	[<i>Kg</i>]	m
מיקום מרכז הכובד	[<i>m</i>]	x _{cg}

מיקום הנקודה הניטרלית	[<i>m</i>]	x _n
קצב עלרוד	[deg]	q
זווית עלרוד	[deg]	θ
זווית התקפה	[deg]	α
זווית נסיקה	[deg]	γ
y מומנט אינרציה סביב ציר	$[Kg \cdot m^2]$	I _{yy}
כוח העילוי	[<i>N</i>]	L
כוח הגרר	[N]	D
כוח הדחף	[<i>N</i>]	F
מומנט העלרוד, סביב מרכז הכובד	$[N \cdot m]$	М
(*) = L/F/D/M סימון למקדם כוח/מומנט,	[~]	C _(*)

מבוא

הגישה ההסתברותית

תהליך תכן הנדסי הינו תהליך של קבלת החלטות תחת מגבלת אי הוודאות. אי וודאות זו היא תוצאה של היעדר ידע דטרמיניסטי בפרמטרים שונים וחוסר וודאות במודלים עימם מבוצע התכן. אי וודאות כזו קיימת בכל תחומי ההנדסה כגון אלקטרוניקה, מכניקה, אווירודינמיקה ותכן מבני.

על פי גישת אי הוודאות מוגדר מושג **האמינות** עבור המערכת. באשר כל מערכת אמורה להיות מנותחת על פי תהליכי כישלון אפשריים וקריטריוני כשל, הסתברות להתרחשות, אמינות הרכיבים בהם נעשה שימוש, יתירות, אפשרות לטעויות אנוש בייצור וחוסר וודאות נוסף.

מושג האמינות מוגדר באופן הבא:

Reliability =
$$1 - P_f$$

באשר מתקיים:

.– ההסתברות לבישלון – *P_f*

כלומר, בשונה מהגישה הקלאסית לתכן בה נעשה שימוש במקדם ביטחון, על פי שיטה זו מניחים הסתברות קטנה לבישלון.

בנוסף, בשימוש בגישה ההסתברותית לתכן, המתכנן אינו חושב על כל משתנה כערך או מספר יחיד. אלא, כל משתנה נצפה כפיזור הסתברותי. כלומר, אנו מניחים כי כל פרמטר בעל אי וודאות הוא משתנה אקראי, עם טווח ערכים והתפלגות מוגדרת. לכן, ניתן להשתמש בשיטה זו כאשר מספר המשתנים האקראיים אינו גדול.

כמו כן, לגישה זו יתרון משמעותי, בעזרת התכן ההסתברותי ניתן לזהות את השילוב האופטימלי של משתני קלט והפרמטרים הנוספים, כלומר לבצע תכן משולב אופטימיזציה.

שיטת מונטה קרלו

שיטת מונטה קרלו מבצעת ניתוח סיכונים על ידי בחינת תוצאות אפשריות לבעיה חישובית מוגדרת. על פי השיטה מגרילים מספרים אקראיים עבור סט גורמים בעלי אי וודאות (על פי טווח ערכים מוגדר לכל גורם וכן אופן ההתפלגות המתאימה). עבור כל סט משתנים שמתקבל מבצעים את תהליך חישובי (סימולציה/חישוב דטרמיניסטי המתאר את הבעיה). חוזרים על התהליך מאות/אלפי פעמים כאשר כל תהליך נקרא 'ריצה'. לצורך קבלת התפלגות מהימנה של ערכי התוצאות יש לבצע מספר רב של ריצות, שכן זהו גם החיסרון העיקרי של שיטה זו. עם זאת, יש לציין כי כאשר מספר זה שואף לאינסוף מתקבל פתרון מדויק.

מכאן, ההסתברות לכישלון המערכת $\left(P_{f}
ight)$ מחושבת על ידי היחס בין מספר הריצות שכשלו למספר הריצות הכולל.

על ידי שיטה זו ניתן לקבל את טווח התוצאות האפשריות וכן את ההסתברות לקבלת כל תוצאה (התפלגות התוצאות). כמו כן, שיטה זו מוצלחת לחישוב סיכונים עבור בעיה בה ישנן מספר דרגות חופש התלויות זו בזו. בעזרת שיטה זו ניתן לבחון עבור ערכי תוצאות מסוימים (למשל ערכים מחוץ לנורמה) אילו פרמטרים השפיעו על אותן תוצאות. בנוסף, ניתן לבחון קורלציה בין ערכי התוצאות לפרמטרים המוגרלים ומכאן לקבל את השפעת הפרמטרים בעלי אי הוודאות על הבעיה.

מספר אקראי

מספר אקראי הינו מספר ה"מוגרל" מתוך טווח ערכים נתון ועל פי התפלגות מוגדרת. באשר ההתפלגות הינה פונקציה הקובעת את ההסתברות לכל מאורע אפשרי, פונקציה זו מתארת את התנהגות התופעה/התהליך האקראי.

עבור הפרויקט אנו נדון בשני סוגי התפלגויות:

 $X \sim U(a, b) - (רציפה)$.1

התפלגות זו נקבעת על ידי שני פרמטרים a ו-b (ערך מינימלי וערך a התפלגות זו נקבעת על ידי שני $a,b\in(-\infty,\infty)$ באשר לכל ערך בקטע $a,b\in(a,b]$ הסתברות שווה.

פונקציית צפיפות ההסתברות עבור התפלגות אחידה רציפה הינה:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \\ 0, & otherwise \end{cases}$$



איור 1: גרף התפלגות אחידה רציפה

 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ – אתפלגות נורמלית. 2

ההתפלגות הנפוצה ביותר בתהליך סטובסטי בפרט ובעולם הסטטיסטיקה בכלל. התפלגות זו נקבעת על ידי שני פרמטרים, $\mu=ar{X}$ ו- σ סטיית התקן.

 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ elication elication is the elication of t

איור 2: גרף התפלגות נורמלית

באיור 2 ניתן לראות את גרף ההתפלגות אשר נקרא גם בשם "גרף פעמון" או "פעמון גאוס", שכן מזכיר בצורתו פעמון.

תכונות ההתפלגות:

- $\mu-\mu$ ההתפלגות סימטרית סביב הערך הממוצע (התוחלת $\mu-\mu$).
- . 68.2% מן הערכים מתקבלים במרחק שאינו גדול מסטיית תקן אחת מהערך הממוצע.
- 95.4% מן הערכים מתקבלים במרחק שאינו גדול משתי סטיות תקן מהערך הממוצע.
- . 99.7% מן הערכים מתקבלים במרחק שאינו גדול משלוש סטיות תקן מהערך הממוצע.
 - · 0.3% מן הערכים מתקבלים יהיו מחוץ לטווח של ששת סטיות התקן המוגדרות.

שיטת העבודה

סימולציה 3DOF

סימולציה עבור שלב ההאצה של רקטה המונעת על ידי מנוע רקטי. בעלת 3 דרגות חופש: טווח, גובה וזווית התקפה. לצורך ביצוע הסימולציה משתמשים בפותרן (ode113).

וקטור משתני המצב הינו:

 $\vec{y} = [X_E \quad Z_E \quad V \quad m \quad q \quad \theta \quad \gamma]^T$

כאשר X_E קואורדינטה אופקית, Z_E קואורדינטת גובה, V מהירות הטיסה, m מסת הכלי, q קצב עלרוד, X_E זווית עלרוד וכן γ זווית נסיקה. גדלים אלו מוצגים גרפית באיור 3.



איור 3: מודל 3 דרגות חופש, מערכת צירי גוף ומערכת צירים אינרציאלית

הסימולציה מתחילה מגובה הקרקע, מספר מאך 0.02 וזווית שיגור של 45°, מבאן שתנאי ההתחלה הינו:

$$X_{E_0} = 0 \ [m], \qquad Z_{E_0} = 0 \ [m], \qquad V_0 = 6.8 \ \left[\frac{m}{s}\right], \qquad m_0 = 150 \ [Kg],$$
$$q_0 = 0 \ \left[\frac{rad}{s}\right], \qquad \theta_0 = 45^\circ, \qquad \gamma_0 = 45^\circ$$

לצורך שימוש במשוואות התנועה מחושבים הפרמטרים הבאים:

$$\begin{cases}
I_{yy} = \frac{1}{4}m \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}m \cdot L_{body}^2 \\
\dot{I}_{yy} = \frac{1}{4}\dot{m} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}\dot{m} \cdot L_{body}^2 \\
q_D = \frac{1}{2}\rho(h) \cdot V^2 \\
Mach = \frac{V}{a} \\
D = q_D \cdot S_{ref} \cdot C_D \\
L = q_D \cdot S_{ref} \cdot C_L \\
M = q_D \cdot S_{ref} \cdot \ell_{ref} \cdot C_M
\end{cases}$$

, כאשר q_D מומנט אינרציה, \dot{I}_{yy} נגזרת מומנט האינרציה בזמן, q_D לחץ דינמי, ho צפיפות האוויר I_{yy} מארירות הקול, D בוח הגרר, L בוח העילוי ובן M מומנט העלרוד.

בנוסף מתקיים:

- נתוני המסה, מרכז הכובד והדחף מתקבלים מתוך המודלים המתאימים.
- המקדמים האווירודינמיים מתקבלים ע"י אינטרפולציה רב מימדית מתוך מודל אווירודינמי טבלאי
 (Missile Dotcom מבוסס על).

משוואות התנועה:

$$\begin{cases} \dot{x}_E &= V \cdot \cos(\gamma) \\ \dot{z}_E &= \dot{V} \cdot \sin(\gamma) \\ \dot{V} &= -\frac{D}{m} - g \cdot \sin(\gamma) + \frac{F}{m} \cdot \cos(\alpha) \\ \dot{\gamma} &= \frac{L}{m \cdot V} + \frac{F}{m \cdot V} \cdot \sin(\alpha) - \frac{g}{V} \cdot \cos(\gamma) \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{q} &= \frac{q}{\frac{M - \dot{I}_{yy} \cdot q}{I_{yy}}} \\ \dot{m} &= -\dot{m}_f \end{cases}$$

נציג את המודלים בהם נעשה שימוש במהלך הסימולציה:

1. מודל אווירודינמי

המודל האווירודינמי בו נעשה שימוש הינו מודל טבלאי אשר מתקבל מתוך תוצאות התוכנה Missile Datcom. תוכנה שמטרתה העיקרית היא להוות כלי חיזוי ביצועים אווירודינמיים בעלת דיוק מתאים לתכן ראשוני אשר הערכת הביצועים הללו נעשית באופן סמי-אמפירי ומבוססת על תוצאות ניסויים ועל שיטת מקדמי ההשפעה בהתאם לדוח NACA 1307.

המודל האווירודינמי הינו מודל התלוי בארבעת הפרמטרים הבאים:

יחידות	טווח הערכים	המימד	מספר
[deg]	[-10, 10]	זווית התקפה	1
[~]	[0.02, 10]	מספר מאך	2
[<i>m</i>]	[0, 2000]	גובה	3
[<i>m</i>]	[1.65, 2.15]	מיקום מרכז הכובד	4

טבלה 1: פרמטרי המודל האווירודינמי הטבלאי

כאשר התצורה שנלקחה הינה תצורת הרקטה הנומינלית. תצורה בעלת גוף גלילי בקוטר $d = 0.225 \ [m]$, ובעלת חרטום אוגיבי באורך $d = 0.225 \ [m]$. אורך התצורה הכולל הינו $L_{nose} = 1.667 \cdot d$. אורך התצורה הכולל הינו $L_{body} = 3150 \ [m]$.

כמו כן, התצורה בעלת ארבעה מייצבים בעלי הפרמטרים הבאים (מוצגים גרפית באיור 4):

 $C_{root} = 3 \cdot d$; $b_{exposed} = d$; $\lambda = 0.25$

באשר מוגדר:



איור 4: פרמטרי תכן עבור המייצבים

2. <u>מודל הדחף</u>

באיור 5 ניתן לראות תיאור של מודל הדחף הנומינלי – דחף במהלך ההאצה כפונקציה של הזמן.



3. <u>מודל המסה</u>



באיור 6 ניתן לראות את מודל השתנות המסה הנומינלי – מסת הכלי כפונקציה של הזמן.

4. <u>מודל מרכז הכובד</u>

באיור 7 ניתן לראות את מודל השתנות מרכז הכובד הנומינלי – מרכז הכובד של הכלי כפונקציה של הזמן.



מודל אי הוודאויות

הגדרת ההתפלגות	סוג התפלגות	טווח האפיצויות	תיאור האפיצות	פרמטר
$N(0,\sigma^2), \ \sigma = \frac{5}{3}$	נורמלית	±5°	זווית שיגור	Δγ
$N(0,\sigma^2), \ \sigma = \frac{d}{30}$	$N(0,\sigma^2), \ \sigma = \frac{d}{30}$ נורמלית ± 0.1		מרכז כובד	Δx_{cg}
$N(0,\sigma^2), \ \sigma = \frac{5}{3}$	נורמלית	±5 %	צפיפות האוויר	Δρ
$N(0,\sigma^2), \ \sigma = \frac{m_0}{30}$	נורמלית	$\pm 0.1 \cdot m_0$	מסת הבלי	Δm
U(0,20)	אחידה	[0, 20] %	מקדם גרר	ΔC_D
$N(0,\sigma^2), \ \sigma = \frac{10}{3}$	נורמלית (*)	[-10, 0] %	מקדם דחף	ΔC_F

מודל אי הוודאויות בו נעשה שימוש:

טבלה 2: פרמטרי מודל אי הוודאויות

באשר מתקיים: $m_0 = 150 [Kg] - q$ קוטר הגוף, $m_0 = 150 [Kg] - d = 0.225 [m]$ באשר מתקיים:

ניתן לראות כי אפיצות מקדם הגרר הינו מפולגת אחיד. זאת משום שאנו מצפים כי הגרר הינו אחד הפרמטרים המשפיעים ביותר על מספר המאך בסיום ההאצה, ולכן בוצעה החמרה עבור פרמטר זה והוחלט כי יפולג אחיד.

חשוב לציין, פרמטרי התכן של המייצבים לא נבחנו במודל אי הוודאויות, זאת משום שהשפעת פרמטרים אלו על הגרר נמצאה לא גדולה. מכאן שהשפעתם על מספר המאך בסוף שלב ההאצה זניחה גם כן (מפורט בנספח א' – בחינת תכן המייצבים בעזרת אופטימיזציה).

(*) בסימולציה אפיצות <u>מקדם הדחף</u> נלקחת באופן הבא: $|\Delta C_F|$, כלומר ההתפלגות אינה בדיוק (*) נורמלית כמוצג בפרק זה.

תהליך העבודה



תוצאות

בפרק זה מוצגות תוצאות הסימולציה עבור מעוף הרקטה. נתמקד במספר מאך בסוף שלב ההאצה, וכן במסלול המתקבל. כמו כן, נבחן את השפעת הפרמטרים המוגרלים על פי מודל אי הוודאויות על מספר המאך בסוף שלב ההאצה.

נגדיר כי על מנת להצליח להתניע את המגח מספר המאך בסיום ההאצה חייב לקיים את התנאי הבא: Mach > 2.2. מכאן שתוצאה נמוכה מכך מהווה כישלון.

ריצה נומינלית

תחילה, מוצגות תוצאות עבור ריצה נומינלית, ללא שימוש במודל אי הוודאויות. באיור 8 ניתן לראות את מספר המאך כנגד הזמן במהלך ההאצה, וכן באיור 9 ניתן לראות את המסלול המתקבל בשלב זה עבור מעוף הרקטה, גובה כנגד טווח.



עבור ריצה נומינלית, בסוף שלב המאיץ התקבלו הערכים הבאים: $Mach_{max}=2.581, \qquad x_{max}=912.7 \ [m], \qquad z_{max}=1050 \ [m]$

בחינת מעטפת

בחלק זה מוצגות תוצאות עבור 2000 ריצות, כאשר בכל ריצה הוגרלו הפרמטרים המפורטים במודל אי הוודאויות על פי ההתפלגות המתאימה.



האיור הבא מציג היסטוגרמה אשר מתארת את התפלגות מספר המאך בסוף שלב ההאצה:

מאיור 10 ניתן לראות כי בקירוב טוב מספר המאך המתקבל בעל פילוג נורמלי, כאשר הערך הממוצע מאיור 10 המתקבל עבור הינו $Mach_{avg} = 2.5$ נשים לב כי הערך ממוצע המתקבל עבור הינו $Mach_{min} = 2.152$ וכן סטיית התקן הינה Mach_{min} = 2.152.



נציג את ענן המסלולים (גובה כנגד טווח) המתקבל מתוך הסימולציה עבור כלל הריצות:



האיור הבא מציג באמצעות היסטוגרמות את התפלגות הפרמטרים המוגרלים עבור הסימולציה:

איור 12: התפלגות הפרמטרים המוגרלים על פי מודל אי הוודאויות

. תזכורת: אפיצות <u>מקדם הדחף</u> נלקחת באופן הבא: $|\Delta C_F|$ לצורך הסימולציה. (*)

באיור 12 ניתן לראות את צורת התפלגות הפרמטרים כפי שהוגדרה במודל אי הוודאויות (התפלגות נורמלית/אחידה), וכן ניתן לראות את טווח הערכים המוגרלים עבור כל פרמטר.

לצורך בחינת השפעת הפרמטרים הללו על תוצאות הסימולציה נעזר בקורלציה בין משתנים. את עוצמת הקשר בין משתנים. את עוצמת הקשר בין משתנים נמדוד בעזרת מקדם המתאם של פירסון, אשר הינו מדד לקשר ליניארי בין משתנים. ארקשר בין משתנים, ערכי מקדם המתאם נע בטווח r = [-1,1]. כאשר עבור r = 0 לא קיים קשר ליניארי בין המשתנים, ועברי מקדם המתאם נע בטווח $r = \pm 1$ קיים קשר ליניארי מלא בין המשתנים (קשר חיובי/שלילי בהתאמה).





מאיור 13 ניתן לראות כי מרבית הפרמטרים בעלי מקדם מתאם נמוך למספר המאך בסיום ההאצה, כגון זווית שיגור הרקטה, מיקום מרכז הכובד וכן צפיפות האוויר. כמו כן, ניתן לראות כי ישנה קורלציה גבוהה מאוד בין מספר המאך בסוף ההאצה לבין מסת הכלי ההתחלתית, וכן לאפיצות מקדם הדחף. נשים לב כי מקדם המתאם בין מקדם הגרר למספר המאך בסוף ההאצה אינו גבוה כמצופה, יחד עם זאת, אינו זניח.

בנוסף, ניתן לראות כי עבור מסה התחלתית גבוהה ישנן מספר ריצות אשר כשלו, וכן עבור אפיצות מקדם דחף גבוהה. לשם בחינת הפרמטרים שנמצאו משמעותיים על מאך ההאצה, נתבונן באיור 14. איור זה מציג את פיזור אפיצות מקדם הדחף כנגד מסת הכלי ההתחלתית. כמו כן, ניתן להבחין בין תחומי המאך המתקבלים עבור כל ריצה.



איור 14: הצגת פיזור מספר המאך בסוף האצה בנגד אפיצות מקדם הדחף והמסה ההתחלתית

מאיור 14 ניתן לראות קשר ישיר בין צירוף הפרמטרים הללו לבין המאך המתקבל בסיום ההאצה. כמצופה, עבור אפיצות נמוכה של מקדם דחף ומסה התחלתית נמוכה מתקבל מספר המאך הגבוה ביותר בסיום ההאצה. מנגד, עבור ואפיצות גבוהה של מקדם דחף ומסת כלי התחלתית מקסימלית מתקבל מספר המאך הנמוך ביותר.

כמו כן, מן איור 14 ניתן להסיק בי מסת הכלי ההתחלתית הינה המשמעותית ביותר, וככל שפרמטר זה גבוה יותר כך מספר המאך בסיום ההאצה נמוך יותר.

בנוסף, נשים לב כי ישנן שבע ריצות אשר מספר המאך בסיום האצה אינו עומד בדרישה המינימלית להתנעת המגח (Mach > 2.2), כלומר 7 ריצות מתוך 2000 נכשלו.

נישלון פרמטר	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7
Mach _{end}	2.194	2.192	2.199	2.152	2.172	2.165	2.194
m_0 [Kg]	155.8	156.9	159.5	162.0	164.7	166.9	153.5
ΔC_F [%]	-10.76	-10.01	-7.57	-8.37	-5.65	-4.99	-11.85
ΔC _D [%]	+10.89	+12.83	+17.53	+11.96	+11.54	+6.16	+18.21
Δho [%]	+1.466	-1.744	+0.439	+0.670	-0.243	-0.865	+0.160
$\Delta x_{cg} [d]$	-0.503	+0.782	+1.873	-3.287	+2.117	-0.820	-3.870
$\gamma_0 \ [deg]$	43.75	46.76	45.42	44.64	48.55	43.73	46.91

נסקור את כלל הנתונים עבור כל כישלון:

טבלה 3: ערכי הפרמטרים המוגרלים עבור הריצות שכשלו

כאשר: *Mach_{end} –* מאך בסוף שלב האצה.

מתוך הטבלה הנ"ל ניתן לראות כי מלבד מסת הכלי ומקדם הדחף שנמצאו משפיעים, אפיצות מקדם הגרר במרבית הריצות הינו גבוה. לשם כך באיור 15 נבחן את הקשר בין אפיצות מקדם הגרר לבין הפיזור שהתקבל.



איור 15: הצגת פיזור אפיצות מקדם הגרר בנגד אפיצות מקדם הדחף והמסה ההתחלתית

מאיור 15 ניתן לראות כי עבור אפיצות גבוהה של מקדם הגרר אנו לא מקבלים מגמה ברורה כפי שניתן לראות באיור 14, כלומר אין להתייחס למקדם הגרר כגורם עיקרי בכישלון הריצות הנ"ל.

סיכום

לסיבום, הבדיקה המוצגת במחקר זה הינה דוגמה פשוטה למצב מעשי של תכן תצורה אווירודינמי בתנאים בסיסיים של אי וודאות (גיאומטרית, מסית, אווירודינמית). לכן, מהווה מבוא לאנליזה סטוכסטית.

בדוח זה נבחנה השפעת גורמים בעלי אי וודאות על מעטפת המעוף בשלב האצת רקטה ובחינת היתכנות התנעת מנוע המגח. באמצעות שיטת מונטה קרלו הוגרלו ערכים שונים עבור הפרמטרים בעלי אי הוודאויות (על פי התפלגויות מתאימות), שילוב ההגרלות השונות נבחן על ידי שימוש בסימולציה בעלת שלוש דרגות חופש (טווח, גובה ועלרוד).

בפרק התוצאות נבחנו 2,000 ריצות, כאשר ב-0.35% מתוכן התקבל מספר מאך הנמוך מהמאך המינימלי המוגדר להתנעה (*Mach* > 2.2). מתוך התוצאות שהתקבלו ניתן להסיק:

- השפעת אי הוודאות של מסת הכלי ההתחלתית על מספר המאך בסיום שלב ההאצה הינה הגבוהה ביותר – מקדם המתאם בין השניים הינו 80.8 = |r|. כלומר, עבור מסת כלי התחלתית גבוהה במיוחד התקבל מספר מאך נמוך באופן משמעותי בסיום ההאצה.
- השפעת אי הוודאות של מודל הדחף על מספר המאך בסיום שלב ההאצה הינה גבוהה מקדם המתאם בין השניים הינו |r| = 0.48. כלומר, עבור אפיצות גבוהה של מקדם הדחף התקבל מספר מאך נמוך.
- השפעת אי הוודאות של מודל הגרר על מספר המאך בסיום שלב ההאצה איננה זניחה, עם זאת,
 זהו אינו גורם עיקרי מקדם המתאם בין השניים הינו 11.1
- השפעת אי הוודאות עבור זווית השיגור, מיקום מרכז הכובד וכן צפיפות האוויר על מספר המאך בסיום שלב ההאצה נמצאה זניחה.

מקורות

- [1] G. Maymon, "Structural Dynamics and Probabilistic Analysis for Engineers", 2008.
- [2] G. Maymon, "Stochastic Crack Propagation: Essential Practical Aspects", 2018.
- [3] W. Eerland, S. Box, H. Fangohr, A. Sobester, "An open-source, stochastic, 6DOF rocket flight simulator, with a probabilistic trajectory analysis approach".
 AIAA 2017-1556, University of Southampton, Southampton, United Kingdom.
- [4] R. Brochu, and R. Lestage, "Three-Degree-of-Freedom (DOF) Missile Trajectory Simulation Model and Comparative Study with a High Fidelity 6DOF Model".
 DRDC Valcartier TM 2003-056.
- [5] J.M. Hanson, and B.B. Beard, "Applying Monte Carlo Simulation to Launch Vehicle Design and Requirements Verification". Marshall Space Flight Center, Marshall Space Flight Center, Alabama, NASA, TP-2010-216447.

נספחים

נספח א': בחינת תכן המייצבים בעזרת אופטימיזציה

בוצע תהליך אופטימיזציה עבור תכן אווירודינמי לרקטה. מטרת התכן הינה להביא את התצורה לכדי התנעת מנוע המגח. באשר מטרה זו מתורגמת לכדי הבטחת הגעה למאך התנעה, כמו כן על התצורה להיות יציבה אווירודינמית למהלך המעוף.

1. <u>מפרט דרישות</u>

נדרש לבצע תכן ראשוני עבור רקטה הכולל מנוע מגח, ולו הדגשים הבאים:

- . תכן תצורת מאיץ אינטגרלי.
- תכן תצורה מיטבית להאצת המערכת לעבר התנעה.
- תכן תצורה יציבה בכל שלבי הטיסה (מרווח היציבות המינימלי הינו קוטר).

הגיאומטריה החיצונית היא כמתואר באיור הבא:



הפרמטרים הידועים הינם:

- .*d* = 225[*mm*] א קוטר הגוף •
- $L_{body} = 3150[mm]$ אורך התצורה
 - $L_{nose} = 375[mm]$ אורך החרטום •

2. תכן המייצבים

במהלך התהליך נבחן את השפעת שלושת הפרמטרים הבאים, אשר מומחשים באיור הבא:

- . λ מנת היצרות המייצבים, 1
- .2. מיתר שורש המייצבים, 2
- .3 מוטת המייצבים החשופה, *b*exposed.



נציין כי נבחר להשתמש בפרופיל יהלום בעל עובי מרבי של 5% מיתר, כמתואר באיור הבא:



3. סימולציית 3DOF עבור שלב האצת המגח

בתהליך האופטימיזציה בוצע שימוש בסימולציית 3 דרגות חופש המתוארת בפרויקט זה. כאשר תחילת המתויך האופטימיזציה בוצע שימוש המתו $\gamma=45^\circ$ ובזווית שיגור Mach=0.1

נתוני המסה, מרכז הכובד והדחף מתקבלים מתוך המודלים הנומינליים המתוארים במהלך הפרויקט.

המודל האווירודינמי בו נעשה שימוש הינו מודל טבלאי אשר מתקבל מתוך תוצאות התוכנה Missile Datcom. מימדי המודל האווירודינמי מוצגים בטבלה הבאה:

יחידות	טווח ערכים	המימד טווח ערכי	
[deg]	$-10 \div 10$	זווית התקפה	1
[~]	$0.1 \div 10$	מספר מאך	2
[km]	0 ÷ 15	גובה	3
[<i>m</i>]	$1.7 \div 2.1$	מיקום מרכז כובד	4
[~]	$0 \div 1$	מנת היצרות המייצבים	5
[<i>d</i>]*	$1 \div 4$	מיתר שורש המייצבים	6
[<i>m</i>]	$[0.5 \div 1.5] \cdot d$	מוטת המייצבים החשופה	7

d = 225[mm] נזכיר כי d הינו קוטר הגוף, ומתקיים *

מכאן, המקדמים האווירודינמיים מתקבלים על-ידי אינטרפולציה רב-ממדית מתוך המודל הטבלאי הנ"ל. בנוסף, מתבצע חישוב של מרווח היציבות (ביחידות של קטרים) באופן הבא:

$$|x_n - x_{cg}| = -\frac{C_{m,\alpha}}{C_{L,\alpha}} = -\frac{\Delta C_m}{\Delta C_L}$$

. כאשר ΔC_i הינו הפרש המקדמים שחושבו עבור זוויות התקפה בתחום הליניארי.

בסוף התהליך, הסימולציה מספקת:

- 1. מספר מאך בסוף שלב ההאצה.
- 2. מרווח היציבות המינימלי שהתקבל במהלך הסימולציה.

4. שיטת האופטימיזציה

מטרת העבודה הינה להביא את מספר המאך בסוף שלב האצת המגח לערך מקסימלי, תוך קיום האילוץ על מרווח היציבות (ערך סף מינימלי של קוטר אחד).

האופטימיזציה מבוצעת באמצעות שימוש בתוכנת modeFRONTIER. המודל, המתואר ב **!** האופטימיזציה מבוצעת באמצעות שימוש בתוכנת **Reference source not found**. (כמתואר תחת "**Error! Reference source not found.**"), ולאחר מכן מפעיל את סימולציית שלוש (דרגות-החופש המיושמת ב-Matlab. לבסוף מתקבל מספר המאך בסוף שלב ההאצה וכן מרווח היציבות המינימלי שחושב בסימולציה. כאמור, מיושם גם האילוץ על מרווח היציבות.



נציג את מודל תוכנת modeFRONTIER בו נעשה שימוש עבור תהליך האופטימיזציה:

modeFRONTIER איור 16: מודל תובנת

נציין כי פיזור הפרמטרים הגיאומטריים בוצע על-פי האלגוריתם MOGA-II, על-בסיס 700 ריצות.

5. <u>תוצאות האופטימיזציה</u>



באיור הבא ניתן לראות את תוצאות תהליך האופטימיזציה שהתבצע באמצעות שימוש במודל modeFRONTIER המתואר מעלה.

איור 17: תהליך האופטימיזציה – מספר מאך סופי כתלות במרווח היציבות המינימלי

ניתן לראות כי מגמת מספר המאך כתלות במרווח היציבות אכן נכונה פיזיקלית – הגדלת המייצבים מגדילה את מרווח היציבות אך מגדילה גם את כוח הגרר ולכן מקטינה את מספר המאך ולהיפך. בנוסף*,* נבחין בחלוקה הברורה בין הריצות שבהן התקיים אילוץ מרווח היציבות (מסומנות בכחול) לבין הריצות שבהן לא התקיים אילוץ זה (מסומנות באדום).

בנוסף, ניתן להעריך באופן איכותי את תהליך הלמידה של האלגוריתם MOGA-II בו בחרנו להשתמש. תהליך למידה זה מתבטא בריכוז גבוה של ריצות באזור האופטימלי ובריכוז נמוך של ריצות באזורים שמספקים תוצאות פחות טובות מבחינת דרישות האופטימיזציה.

לבסוף, יש להתייחס לעובדה שטווח ערכי מספר המאך שהתקבל הינו קטן יחסית (סביב 2.7 ÷ 2.6), בעוד טווח מרווח היציבות המינימלי הינו רחב (סביב 3 ÷ 0 קטרים). ניתן להסיק כי הסיבה העיקרית לכך היא שהפרמטרים המשתנים במהלך הסימולציה (מנת היצרות, מיתר, מוטה) הינם פרמטרים אורכיים. המשמעות היא שהשפעת שינוי פרמטרים אלו על כוח הגרר הינה קטנה ביותר שכן שטח הגוף אשר "רואה" זרימה כמעט ולא משתנה, וכידוע – מספר המאך מושפע באופן חד-משמעי מכוח הגרר הפועל על התצורה. ניתן לומר כי שינוי של פרמטרים רוחביים, כדוגמת עובי המייצבים, היה מוביל לשינוי גדול יותר במספר המאך.

6. תוצאות הסימולציה עבור התכן הנומינלי

גיאומטריית הרקטה בעלת תצורת המייצבים הנומינלית הינה:

 $C_{root} = 3d$; $b_{exposed} = d$; $\lambda = 0.25$

נציג את מספר המאך ומרווח היציבות המינימלי כנגד הזמן בהתאמה:



איור 18: תבן נומינלי – מספר מאך בתלות בזמן



איור 19: תכן נומינלי – מרווח יציבות כתלות בזמן

מכאן, מספר המאך בסוף שלב ההאצה וכן מרווח היציבות המינימלי שהתקבל במהלך הריצה: Mach=2.646 ; $\left|x_n-x_{cg}
ight|_{min}=1.757d$

7. תוצאות הסימולציה עבור התכן האופטימלי

לאחר תהליך האופטימיזציה התקבלה גיאומטריית המייצבים הבאה:

$$C_{root} = 1.47d$$
 ; $b_{exposed} = 0.96d$; $\lambda = 0$

נציג את מספר המאך ומרווח היציבות המינימלי בנגד הזמן בהתאמה:



איור 20: תבן אופטימלי – מספר מאך בתלות בזמן



איור 21: תכן אופטימלי – מרווח יציבות כתלות בזמן

מכאן, מספר המאך בסוף שלב ההאצה וכן מרווח היציבות המינימלי שהתקבל במהלך הריצה:

$$Mach = 2.677$$
 ; $|x_n - x_{cg}|_{min} = 1.005d$

ניתן לראות כי ההפרש בין מספרי המאך המתקבלים עבור התצורה הנומינלית והתצורה האופטימלית הינו זניח, שכן ערכו:

$$\Delta Mach = Mach|_{optimal} - Mach|_{nominal} \approx 0.03$$