

פרויקט מחקר 2

חקר יציבות אווירוסרוואלסטי של ה-A3TB

נעם יחיאלי
מנחה : פרופ' דניאלה רווה

אוגוסט 2020

תקציר :

דו"ח זה מציג חקירת יציבות אווירוסרוואלסטית של כנף מעופפת גמישה שנמצאת בשלבי פיתוח בפקולטה להנדסת אווירונאוטיקה וחלל בטכניון. פלטפורמה זו נקראת Active Aeroelastic Aircraft Testbed או בקיצור A3TB. כנף זו מפותחת במסגרת פרויקט גמר תלת שנתי של סטודנטים בפקולטה, הנמצא בשנה השנייה נכון לרגע כתיבת דו"ח זה. בדומה לפלטפורמות אחרות מקונפיגורציה של כנף מעופפת. פרפור גוף קשיח הוא אובדן יציבות דינמי המשלב בתוכו תנועה אלסטית של המבנה יחד עם תנועת גוף קשיח, והוא צפוי להתקבל במהירויות טיסה מסוימת ולכן יש עניין בחקור אותו. בנוסף לתכונות האלסטיות של המבנה, כלי הטיס הוא גם בעל חוגי בקרה אוטומטיים לשמירה על מהירות וגובה. תנועה אלסטית של המבנה, עלולה להתעורר ולגרום לחוגי הבקרה לפקוד על המטוס להתנהג באופן לא רצוי. תופעה זו היא צימוד אווירוסרוואלסטי בין מערכת הבקרה לבין המטוס האלסטי. תוצאות מחקר זה מראות כי חוגי בקרת הטיסה שנבחנו אינם משפיעים לרעה על יציבות המטוס. בנוסף, הן מוכיחות קיום צימוד אווירוסרוואלסטי בין מערכת הבקרה בפלטפורמת ה-A3TB, שיכול לעזור לדיכוי מנגנון הפרפור הסימטרי, ואת רוחב הפס הנדרש ממערכת הבקרה להשגת הצימוד הנ"ל.

מבוא :

בשנים האחרונות התעורר עניין בהתנהגות אלסטית של מטוסים גמישים מאוד [1], עניין זה התעורר גם בפקולטה להנדסת אווירונאוטיקה וחלל בטכניון ואיתו הותנע פרויקט A3TB. בפרויקט זה סטודנטים, לרוב בשנת הלימודים הרביעית שלהם, לוקחים חלק בתכנון, בנייה, ובדיקה של כלי טיס בתפקוד מלא מעשה ידיהם. כלי הטיס הינו בעל שמונה משטחי בקרה המיועדים לתמרון במהלך טיסה והוא מורכב בעיקר מחלקים המודפסים בתלת ממד ועשויים מניילון PA12. במהלך הפיתוח, אחת המשימות הייתה אנליזת יציבות אווירואלסטית, ועל סמך תוצאותיה הוערכה מהירות הפרפור של כלי הטיס. כלי טיס זה מודל מבנית במודל אלמנט סופי, על מנת לאפשר לכותב לבצע אנליזות שונות כגון אנליזת תנודות חופשיות ואנליזת יציבות אווירוסרוואלסטית. בניית מודל האלמנט הסופי נעשתה בעזרת תוכנת FEMAP המשתמשת במנוע של NASTRAN, ובה גם נעשו אנליזות התנודות החופשיות. מודלים אלו מהווים את הבסיס לתוצאות שיובאו בדו"ח זה. אנליזות היציבות של המבנה האווירודינמי נעשו בתוכנה האווירואלסטית ZAERO. כלי הטיס מתוכנן לתפקד גם באופן אוטונומי ויהיה בעל חוגי בקרה לשמירת מהירות וגובה טיסה. שאלת המחקר בעבודה זו היא האם הוספת חוגי בקרת טיסה שכאלו עלולה להשפיע באופן שלילי על היציבות של המטוס. דו"ח זה מציג את החקירה האווירוסרוואלסטית של ה-A3TB, כאשר תחילה מוצגת המערכת, חוגי הבקרה, ואופן הניתוח. לאחר מכן מובאות התוצאות, יחד עם מסקנות וסיכום.

מודל מתמטי :

קירוב פונקציות רציונליות :

מאנגלית: Rational functions approximation (RFA).

זהו קירוב של מטריצת כוחות אווירודינמיים מוכללים (Generalized Aerodynamic Force (GAF) matrix) בעזרת פונקציות רציונליות. קירוב זה מבוצע על מנת לנתח את המערכת האווירואלסטית (או אווירוסרוואלסטית)

במרחב המצב, ומבוסס על tabulated data שהוא הקירוב של מטריצת הכוחות האווירודינמיים המוכללת $\tilde{Q}(ik)$ ניתן על ידי :

$$[\tilde{Q}(ik)] \approx [A_0] + [A_1](ik) + [A_2](ik)^2 + [D][ik[I] - [R]]^{-1}[E](ik) \quad (1.1)$$

היכן k - הוא התדר הלא מימדי, מוגדר על ידי $k = \omega b / v$ כאשר ω תדר התנועה ההרמונית, v זה מהירות הטיסה ו- b אורך אופייני. מטריצות A_0, A_1, A_2 מייצגות קשיחות, ריסון ואינרציה א.ד. מטריצות E ו- D אינן ידועות ומשמשות להתאמת הקירוב [2]. כאשר מטריצה R היא מטריצת איברי פיגור אווירודינמי אלכסונית ומכילה את שורשי הפיגור ("lag roots") באלכסון שלה כאשר איבר אלכסון נקבע לפי הנוסחה האמפירית [3]:

$$R_i = -1.7k_{\max} \left(\frac{i}{N_{lag} + 1} \right)^2 \quad (1.2)$$

היכן ש- k_{\max} הוא התדר הלא ממדי המקסימלי שעבורו מחשבים את קירוב RFA. ו- N_{lag} הוא מספר שורשי הלא האווירודינמיים.

נדון בשתי שיטות לחישוב קירוב זה – שיטת רוג'ר ושיטת מינימום minimum states. בשיטת רוג'ר :

קירוב איברי מטריצות A_0, A_1, A_2 נעשה איבר-איבר.

D, R מטריצות קבועות :

- D - מטריצת יחידה מהצורה :

$$[D] = \left[[I]_{hh}, [I]_{hh}, \dots \right]_{N_h \times N_{lag}} \quad (1.3)$$

כאשר N_h הוא מספר המודים שנלקחו מאנליזת התנודות החופשיות.

- R - מטריצת שורשי לאג אווירודינמיים, המשמשים להתאמת הקירוב :

$$[R] = - \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddots \\ R_i \\ \ddots \\ 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \ddots \\ R \\ \ddots \\ 2 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \ddots \\ R \\ \ddots \\ N_h \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{(N_h \times N_{lag}) \times (N_h \times N_{lag})} \quad (1.4)$$

- E - מטריצה עם איברים חופשיים, שנקבעים לפי שיטת התאמה של מינימום ריבועים.

בשיטת minimum states :

קירוב איברי מטריצות A_0, A_1, A_2 נעשה יחד.

מטריצה R מוגדרת באופן הבא :

$$[R] = - \begin{bmatrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_{N_{lag}} \end{bmatrix}_{N_{lag} \times N_{lag}} \quad (1.5)$$

ומטריצות E ו D מכילות איברים חופשיים. כאן מושגת בבירור הפחתה משמעותית של סדר המודל, אך צפויה שגיאת קירוב שתתווסף אליה. מטריצות E ו D מחושבות על ידי איטרציות של התאמת מינימום ריבועים כאשר בכל איטרציה מטריצה אחרת קבועה והשניה איברים חופשיים.

בשתי השיטות :

מספר איברי הלאג המשמשים לקירוב הם בחירת המשתמש, כאשר מומלץ באופן כללי לקחת יותר איברי לאג לקירוב Minimum States מאשר לקירוב Roger. לאחר קבלת איברי לאג אווירודינמיים, איברי המטריצות A נקבעים על ידי שיטת מינימום ריבועים, מתוך דרישת התאמת הקירוב tabulated data.

מערכת אוורוסרוואלסטית

משוואת התנועה של כלי הטיס בקורדינאטות מוכללות :

$$[M_{hh}] \{\ddot{\xi}\} + [C_{hh}] \{\dot{\xi}\} + [K_{hh}] \{\xi\} + [M_{hc}] \{\ddot{\delta}\} = q_\infty [Q_{hh}(ik)] \{\xi\} + q_\infty [Q_{hc}(ik)] \{\delta\} \quad (1.6)$$

מטריצות M_{hh}, C_{hh}, K_{hh} הן מטריצות אינרציה, ריסון וקשיחות מבניות מוכללות בהתאמה, מטריצת M_{hc} היא מטריצת צימוד אינרציאלי בין משטחי הבקרה למבנה. $\{\xi\}$ הוא וקטור השתתפות מודאלית ו $\{\delta\}$ הוא הטיית משטחי הבקרה. כאשר האינדקס h הוא מספר המודים האלסטיים שנקחו לצורך החישוב והאינדקס c הוא מספר משטחי הבקרה בכלי הטיס. מטריצות $Q_{hh}(ik), Q_{hc}(ik)$ הן מטריצות הכוחות האווירודינמיים המוכללים כתוצאה מהזזת יחידה של משטחי הבקרה, והזזה מודאלית בהתאמה. קירוב לפלאס למטריצות $Q_{hh}(ik), Q_{hc}(ik)$ ממשוואה (1.6) מתבצע באופן הבא :

$$[\tilde{Q}(s)] = [Q_{hh}(s), Q_{hc}(s)] = [A_0] + \frac{L}{V} [A_1] s + \frac{L^2}{V^2} [A_2] s^2 + [D] \left[s [I] - \frac{V}{L} [R] \right]^{-1} [E] s \quad (1.7)$$

נגדיר ווקטור משתני מצב אווירודינמי x_a :

$$\{x_a\} = [ik [I] - [R]]^{-1} [[E_h] \{\xi\} + [E_c] \{\delta\}] (ik) \quad (1.8)$$

הצבת משוואות (1.7) ו(1.8) למשוואה (1.6) מניבה את :

$$\begin{aligned} & [M_{hh}]\{\ddot{\xi}\} + [C_{hh}]\{\dot{\xi}\} + [K_{hh}]\{\xi\} + [M_{hc}]\{\dot{\delta}\} \\ & = q_\infty \left[[A_{hh_0}]\{\xi\} + \frac{L}{V}[A_{hh_1}]\{\dot{\xi}\} + \frac{L^2}{V^2}[A_{hh_2}]\{\ddot{\xi}\} \right] \\ & + q_\infty \left[[A_{hc_0}]\{\delta\} + \frac{L}{V}[A_{hc_1}]\{\dot{\delta}\} + \frac{L^2}{V^2}[A_{hc_2}]\{\ddot{\delta}\} \right] + q_\infty [D]\{x_a\} \end{aligned} \quad (1.9)$$

נגדיר ווקטור מצב אווירואלסטטי :

$$\{X_{ae}\} = \{\xi, \dot{\xi}, x_a\}^T \quad (1.10)$$

ונוכל לכתוב את משוואה (1.9) במרחב המצב :

$$\{\dot{X}_{ae}\} = [A_{ae}]\{X_{ae}\} + [B_{ae}]\{U_{ae}\} \quad (1.11)$$

היכן ש –

$$\begin{aligned} [A_{ae}] &= \begin{bmatrix} [0] & [I] & [0] \\ -[\bar{M}]^{-1} \left[[K_{hh}] - q_\infty [A_{hh_0}] \right] & -[\bar{M}]^{-1} \left[[C_{hh}] - q_\infty \frac{b}{V} [A_{hh_1}] \right] & q_\infty [\bar{M}]^{-1} [D] \\ [0] & [E_h] & \frac{V}{b} [R] \end{bmatrix} \\ [B_{ae}] &= \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \\ q_\infty [\bar{M}]^{-1} [A_{hc_0}] & -q_\infty \frac{b}{V} [\bar{M}]^{-1} [A_{hc_1}] & -[\bar{M}]^{-1} \left[[M_{hc}] - \frac{q_\infty b^2}{V^2} [A_{hc_2}] \right] \\ [0] & [E_c] & [0] \end{bmatrix} \\ [\bar{M}] &= \left[M_{hh} - \frac{q_\infty b^2}{V^2} [A_{hh_2}] \right] \end{aligned} \quad (1.12)$$

והכניסה $\{U_{ae}\}$ מוגדרת באופן הבא :

$$\{U_{ae}\} = \{\delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}\} \quad (1.13)$$

מספר הסטייטים בצורה הנ"ל תלוי באיזו שיטה חושב הקירוב הרצינולי. עבור קירוב רוג'ר תמיד יהיו יותר סטייטים. היציאה של המערכת שהגדרנו היא מדידות החיישנים. באופן כללי ינוסחו בתור :

$$[y_{ae}] = [C_{ae}]\{X_{ae}\} + [D_{ae}]\{U_{ae}\} \quad (1.14)$$

כאשר מטריצה $[D_{ae}]$ היא כמעט תמיד מטריצת אפסים מממד מתאים, ומטריצה $[C_{ae}]$ היא מקדמי ההשתתפות המודליים שמתארת את תנועת דרגת החופש בנקודה שבה החיישן ממוקם.

כעת נרצה להגיע למערכת משוואות של המטוס האלסטטי בצורה שניתן לחבר לחוג בקרה. לצורך זה נרצה להוסיף את תמסורות המדפים למערכת המשוואות וזאת על מנת לאפשר לכניסה להיות פקודה מחוג בקרה שניתן לחבר בקלות, וכך לקשור את הרכיבים הפיזיים של המטוס Plant אחד.

נניח כי תמסורת מפעיל המדפים היא מהצורה :

$$\delta_i = \frac{a_{0_i}}{s^3 + a_{2_i}s^2 + a_{1_i}s + a_{0_i}} \cdot u_{act_i} \quad (1.15)$$

הסיבה לכך שתמסורת המדפים היא מסדר 3 היא שזה האופן שבו ניתן להכניס אותה לתוכנת ZAERO. מכאן ניתן להגיע מיידית למרחב המצב :

$$\{\dot{x}_{act_i}\} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{0_i} & -a_{1_i} & -a_{2_i} \end{bmatrix} \{x_{act_i}\} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_{0_i} \end{bmatrix} u_{act_i} \quad (1.16)$$

כאשר :

$$\{X_{act_i}\} = \{\delta_i, \dot{\delta}_i, \ddot{\delta}_i\}^T \quad (1.17)$$

את מרחב המצב עבור מספר מפעילים נוכל לייצג בתור :

$$\{\dot{X}_{act}\} = [A_{act}]\{X_{act}\} + [B_{act}]\{u_{act}\} \quad (1.18)$$

באופן טבעי, $\{X_{act}\} = \{U_{ae}\}$. נרצה לחבר משוואות מרחב מצב (מ"מ) של המפעילים והאוורואלסטיות לצורך זה נגדיר ווקטור PLANT :

$$\{X_p\} = \{X_{ae}, X_{act}\}^T = \{\xi, \dot{\xi}, x_a, \delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}\}^T \quad (1.19)$$

ונוכל לקבל את משוואות מרחב המצב של המערכת - plant שאותה נוכל לחבר עם בקר ולסגור חוג :

$$\begin{aligned} \{\dot{X}_p\} &= [A_p]\{X_p\} + [B_p]\{u_p\} \\ [y_p] &= [C_p]\{X_p\} \end{aligned} \quad (1.20)$$

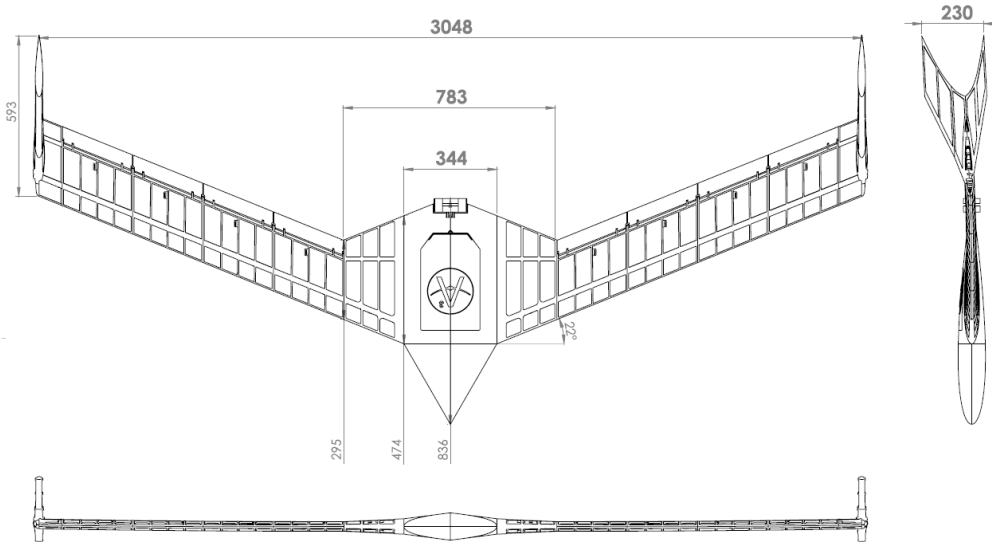
היכן ש –

$$\begin{aligned} [A_p] &= \begin{bmatrix} A_{ae} & B_{ae} \\ 0 & A_{act} \end{bmatrix} \\ [B_p] &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_{act} \end{bmatrix} \\ [C_p] &= [C_{ac} \quad D_{ae}] \end{aligned} \quad (1.21)$$

מערכת הניסוי :

תכונות פיזיקליות

פלטפורמת ה-A3TB המוצגת באיור [1] היא כלי טיס מתצורת כנף מעופפת, בעלת מנת ממדים של 8.4, מיתר כנף באורך 295 מ"מ ומשקל של כ-11 ק"ג. לכלי הטיס יש מערכת הנעה חשמלית והיא נשלטת על ידי שמונה משטחי בקרה בשפת הזרימה, ארבעה בכל כנף.



איור 1 – גיאומטריית ה-A3TB

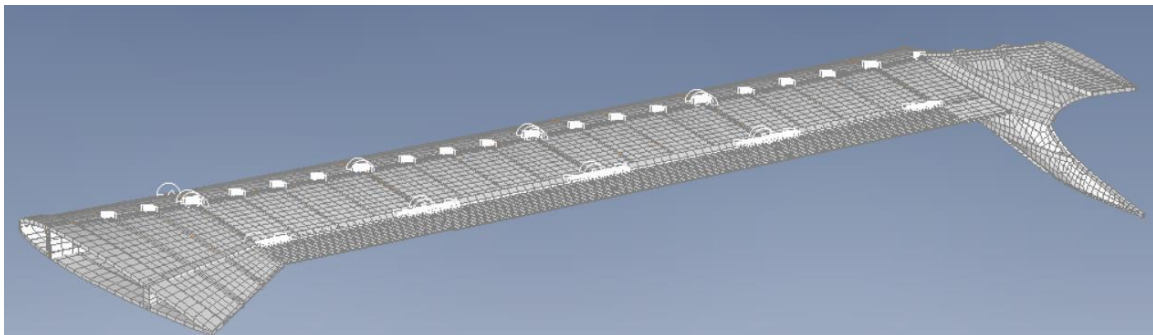
המבנה של ה-A3TB מורכב מקורה ראשית המחזיקה בכל צד שישה סגמנטים המודפסים מחומר ניילון 12 וניתנים להפרדה. הקורה הראשית עשויה מסיבי פחמן, ובעלת שטח חתך של 20 מ"מ X 5 מ"מ. הכנף משוכה לאחור בזווית של 22 מעלות ועם זווית פיתול washout של שלוש מעלות. פרופיל הכנף הוא NACA0012. בקצה הכנפיים ישנו מייצב כיוון שמטרתו להגדיל את היציבות הרוחבית. תכונות גיאומטריות עיקריות מרוכזות בטבלה [1].

טבלה 1 – תכונות גיאומטריות של ה-A3TB

תכונה	גודל
משקל	11 ק"ג
זווית משיכה	22 מעלות
זווית פיתול washout	3 מעלות
מוטה	3048 מ"מ
מנת ממדים	8.4
אורך מיתר כנף	295 מ"מ

מודל אלמנט סופי :

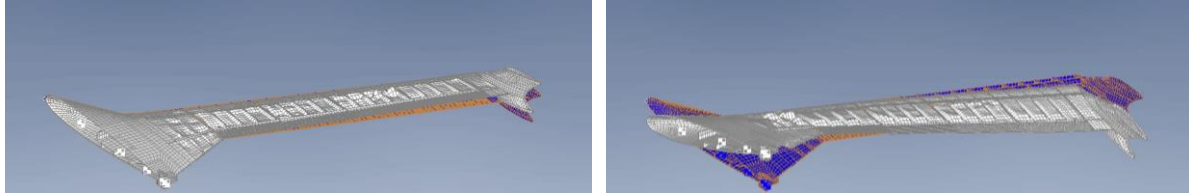
עבור כלי טיס זה נבנה מודל מבני באלמנט סופי, תוך שימוש בתוכנת FEMAP. המודל, שמוצג באיור [2], שימש לאנליזת תנודות חופשיות שנתנה את התוצאות שעליהן התבססו מרבית מהתוצאות המוצגות בדו"ח זה. אנליזת התנודות החופשיות נעשתה בעזרת תוכנת NASTRAN. מודל האלמנט הסופי מורכב מ-13,981 צמתים ו-15,670 אלמנטים.



איור 2 – מודל אלמנט סופי של ה-A3TB

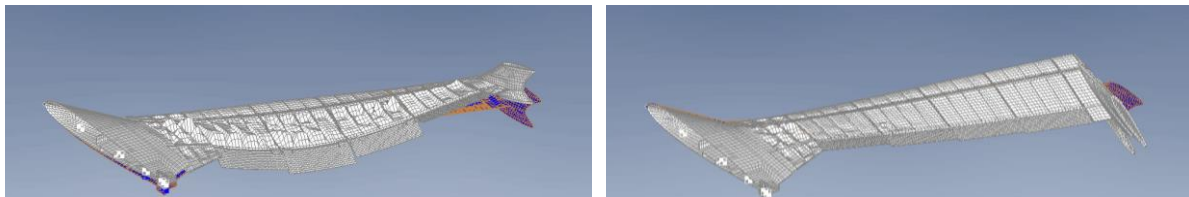
אנליזת תנודות חופשיות :

אנליזת התנודות החופשיות בדו"ח זה היא עבור מטוס חופשי. מטעמי סימטריה, ניתן לערוך את האנליזה למודל חצי מטוס ולהפרידה ל: אנליזת תנודות חופשיות עבור תנאי גבול סימטריים ואנטי סימטריים. על ידי ביצוע האנליזה על חצי מטוס ניתן לחסוך בעלות חישובית. תוצאות אנליזת התנודות החופשיות עבור המטוס מובאות באיורים [3],[4] בהם נראים המודים המבניים עבור תנאי גבול סימטריים ואנטי סימטריים בהתאמה. בטבלאות [2],[3] מוצגים התדר והאפיון של כל מוד, עבור המקרה הסימטרי והאנטי סימטרי בהתאמה.



מוד 2

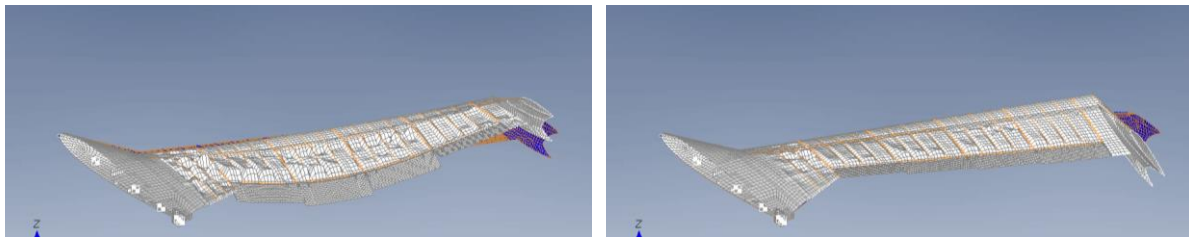
מוד 1



מוד 4

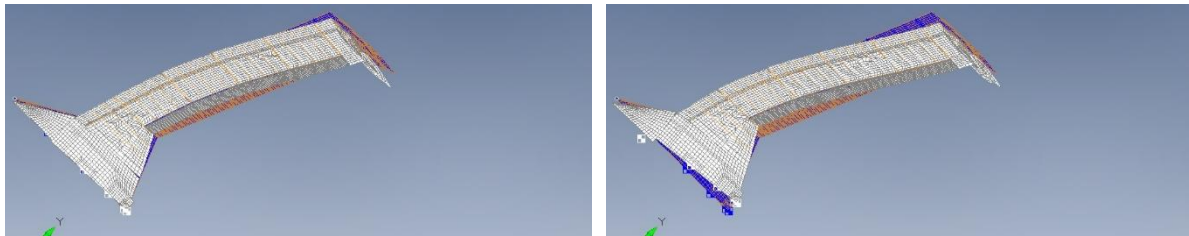
מוד 3

איור 3 – ארבעת המודים האלסטיים הסימטריים הראשונים של ה-A3TB



מוד 2

מוד 1



מוד 4

מוד 3

איור 4 – ארבעת המודים האנטי-סימטריים הראשונים של ה-A3TB

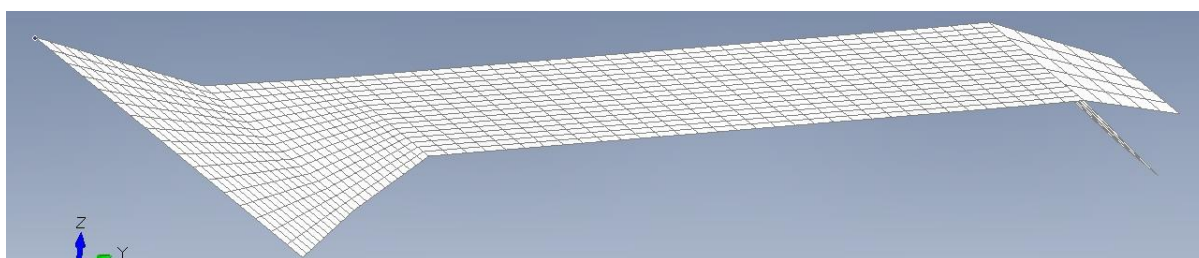
טבלה 2 – אפיון ארבעת המודים האלסטיים הסימטריים הראשונים

תיאור	תדר [Hz]	מוד
עלרוד קשיח + כפיפה ראשונה + פיתול ראשון	6.8	1
כפיפה רוחבית ראשונה	9.8	2
פיתול ראשון	11.3	3
כפיפה שניה	19.1	4

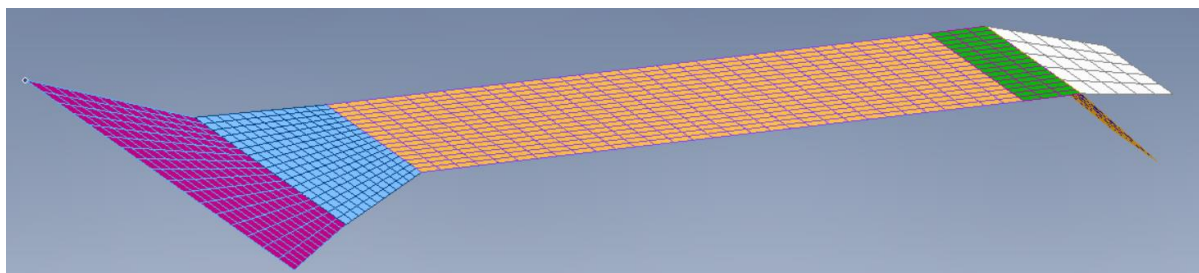
תיאור	תדר [Hz]	מוד
פיתול ראשון	9.2	1
כפיפה ראשונה	17.8	2
סבסוב גוף + כפיפה רוחבית ראשונה	21.9	3
כפיפה רוחבית ראשונה	26.2	4

מודל אווירודינמי:

התוצאות שמוצגות בדו"ח זה כוללות אנליזות יציבות אווירואלסטית, אנליזות אלו מחושבות בעזרת תוכנת ZAERO תוך שימוש שיטת g ושיטת k לחישוב פרפור. בתוכנה זו נעשה שימוש בשיטת אריחים ליניאריים. בשיטה זו הכנף מחולקת לאריחים בכיוון המיתר ובכיוון המוטה. מודל האריחים מוצג באיור [5]. הכנף מחולקת לשישה משטחים אווירודינמיים, כפי שמסומן באיור [6].



איור 5 – מודל האריחים בZAERO



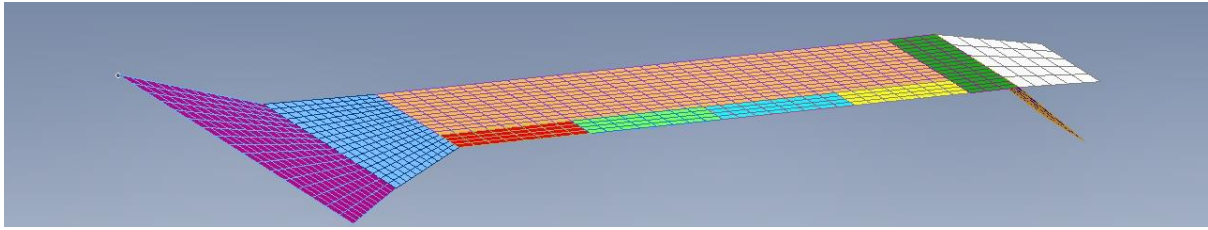
איור 6 – חלוקת מודל האריחים למשטחים שונים

המודל חולק למשטחים: גוף מרכזי (סגול), גוף משני (תכלת), כנף (כתום), מקטע כנף ללא משטחי בקרה (ירוק), מייצב כיוון עילי (לבן) ומייצב כיוון תחתון (כחול כהה). טבלה [4] מציגה את החלוקה של כל משטח לאריחים.

טבלה 4 – חלוקת האריחים במשטחים השונים במודל האווירודינמי

משטח	אריחים בכיוון המיתר	אריחים בכיוון המוטה
גוף מרכזי	17	12
גוף משני	17	12
כנף	17	31
כנף ללא משטחי בקרה	17	3
מייצב כיוון עליון	5	5
מייצב כיוון תחתון	5	5

ארבעת משטחי הבקרה המתוארים באיור [7], הוגדרו כקבוצת משטחים מתוך משטחי הכנף.



איור 7 – חלוקת הכנף למשטחי בקרה

משטחי הבקרה מופיעים באדום, ירוק בהיר, תכלת בהיר, וצהוב. נסמנם משטח בקרה 1, 2, 3, ו-4 בהתאמה. חלוקת האריחים על משטחים הבקרה מוצגת בטבלה [5].

טבלה 5 – חלוקת משטחי הבקרה לאריחים במודל האווירודינמי

משטח בקרה	אריחים בכיוון המיתר	אריחים בכיוון המוטה
1	4	8
2	4	8
3	4	8
4	4	7

מידול המפעילים

על מנת למדל את מנועי הסרוו שהותקנו בA3TB הוצע שימוש בפונקציית התמסורת הבאה :

$$G_{servo} = \frac{10}{s + 10} \quad (1.22)$$

פונקציית תמסורת זו תסומן מעתה והלאה בתור G1.

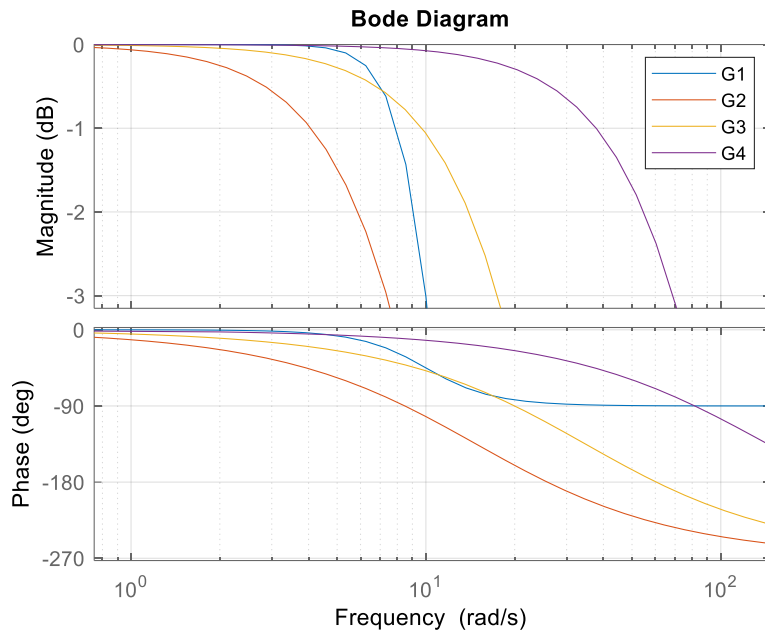
מפעילים נוספים :

לצורך בחינת השפעת רוחב הסרט של המפעיל על התנהגות המערכת האווירוסרוואלסטית (אס"א) הוצעו עוד שלושה מפעילים מסדר 3 בעלי תכונות דומות. פירוט הדינמיקה של מפעילים אלו מופיע בטבלה [6].

טבלה 6 – תכונות מפעילים שונים שנבחנו

זמן עליה [sec]	רוחב פס $\left[\frac{rad}{sec}\right]$	רוחב פס [Hz]	תמסורת	מפעיל
0.22	9.99	1.59	$\frac{10}{s + 10}$	G1
0.29	7.35	1.17	$\frac{3240}{s^3 + 45s^2 + 666s + 3240}$	G2
0.12	17.46	2.78	$\frac{4.2 \cdot 10^4}{s^3 + 105s^2 + 3650s + 4.2 \cdot 10^4}$	G3
0.03	68.8	10.95	$\frac{3 \cdot 10^6}{s^3 + 450s^2 + 6.5 \cdot 10^4 s + 3 \cdot 10^6}$	G4

עקומי הבודה של תמסורות אלו מופיעים באיור [8].



איור 8 – עקומי הבודה של המפעילים השונים

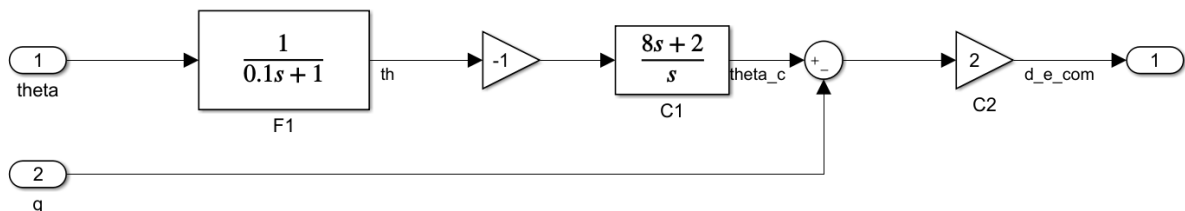
כל תמסורות המפעילים מסדר 3 (משוואה 1.15) באופן שמאפשר את מידולם בתוכנת ZAERO.

הקטבים של כל תמסורת נבחרו כך שיש קוטב דומיננטי אחד (הכי קרוב לראשית) שקובע מהירות, ואליהם נוספו עוד שני קטבים שמאליים יותר במרחק של פחות מסדר גודל של הקוטב הדומיננטי, זאת בכדי להגיע לסדר 3. נוסחה כללית (1.24) שלפיה נבחרו התמסורות מאפשרת הגבר אפס בתדרים נמוכים. באופן כללי בחירת התמסורות הייתה בשיטת ניסוי וטעיה עד לקבלת את שלוש תמסורות מפעילים רצויים: אחד איטי (G2), אחד מהיר (G3) ואחד מהיר מאוד (G4).

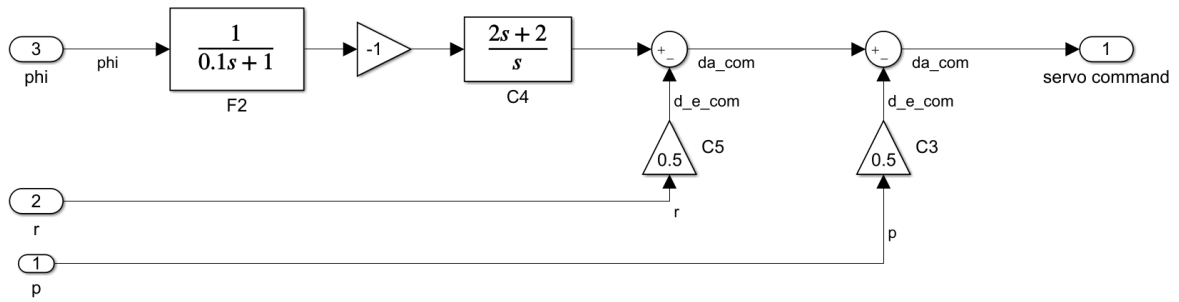
$$\frac{\delta}{u_{ac}} = \frac{a_0 \cdot a_1 \cdot a_2}{(s + a_0) \cdot (s + a_1) \cdot (s + a_2)} \quad (1.23)$$

חוגי בקרת הטיסה:

לצורך בחינת השפעות מערכת חוגי הבקרה על כלי הטיסה השתמשנו בגרסה מפשטת של חוגי הבקרה שתוכננו עבור ה-A3TB על ידי צוות הבקרה בפרויקט. נבחר חוג גלגול במישור הרוחבי שאותו נוסף למודל האנטי סימטרי וחוג עלרוד במישור האורכי שאותו נוסף למודל הסימטרי. חוגי הבקרה פוקדים על כל המפעילים באופן דומה (עבור אותה הכנף). כלומר, ההתייחסות למשטחי הבקרה היא כאל משטח בקרה רציף. חוג הבקרה האורכית הוא חוג לבקרת זווית העלרוד [9] המקבל זווית עלרוד וקצב עלרוד ומוציא פקודה למפעילים. חוג הבקרה הרוחבית המיועד לשמירה על זווית הגלגול [10] מקבל קצב גלגול, קצב סיבסוב וזווית גלגול, ומוציא גם הוא פקודה למפעילים. מטרת חוג זווית היא לשמור על טיסה בזווית עלרוד אפס. מטרת חוג זווית הגלגול היא לשמור על זווית גלגול אפס.



איור 9 – חוג הבקרה האורכית שנבחר



איור 10 – חוג הבקרה הרוחבית שנבחן

הבקרה במרחב המצב מיוצגים כמתואר במשוואה (1.25), המתארת ייצוג מטריצי של מרחב מצב, במקרה זה משתני המצב x הם תוצאתיים ותלויי מימוש, אין להם משמעות פיזיקלית מיוחדת. משוואה (1.26) מציגה את חוג הבקרה האורכי בצורת מרחב מצב, ומשוואה (1.27) מציגה את חוג הבקרה הרוחבית בצורת מרחב מצב. כאשר בשני מרחבי המצב מטריצה A מממד 2×2 .

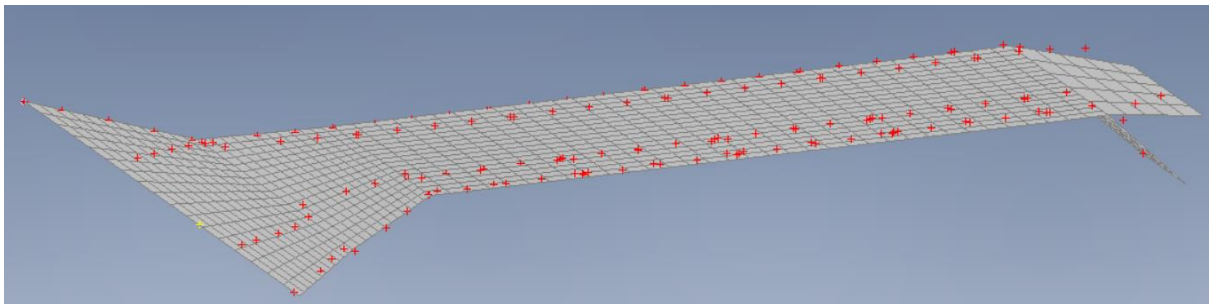
$$C(s) = \begin{bmatrix} A & | & B \\ - & - & - \\ C & | & D \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (1.24)$$

$$C_{longitude} = \begin{bmatrix} -10 & 0 & | & 1 & 0 \\ -10 & 0 & | & 0 & 0 \\ - & - & | & - & - \\ -160 & 4 & | & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

$$C_{latitude} = \begin{bmatrix} -10 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \\ -10 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ - & - & | & - & - & - \\ -20 & 2 & | & -0.5 & -0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

מידול החיישנים:

בקונפיגורציית ה-A3TB, המדידים האינרציאליים ממוקמים במרכז הכובד, אך מכיוון שכלי הטיס גמיש, היכולת למקם חיישן במרכז הכובד אינה תמיד אפשרית, שכן כאשר כלי הטיס באוויר ובצורתו המעוותת מרכז הכובד עלול להימצא מחוץ לגבולות הפיזיקליים של המטוס. מסיבה זו, החיישנים מוקמו במרכז הכובד של כלי הטיס הלא מעוות. כל החיישנים הנחוצים לבקרה ממוקמים במרכז הכובד של המטוס, והוא נמצא במרחק של 0.54 מטרים מחרטום המטוס בכיוון הזרימה, ועל ציר הסימטריה. מידול החיישנים נעשה על ידי לקיחת נקודת grid מבנית במרכז הכובד. באיור [11], בצהוב מופיעה נקודה מבנית הקרובה ביותר למרכז הכובד.

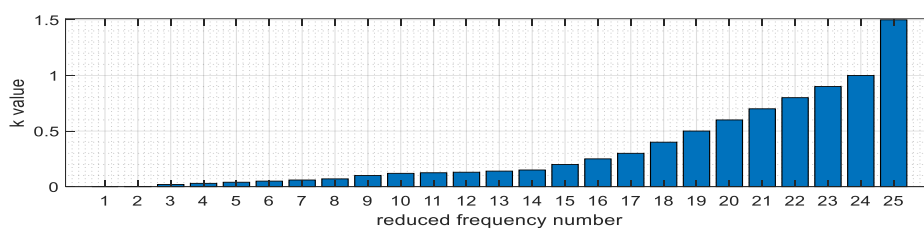


איור 11 – מיקום נקודות grid המבניות על גבי השריג האווירודינמי, בצהוב מופיע מרכז הכובד

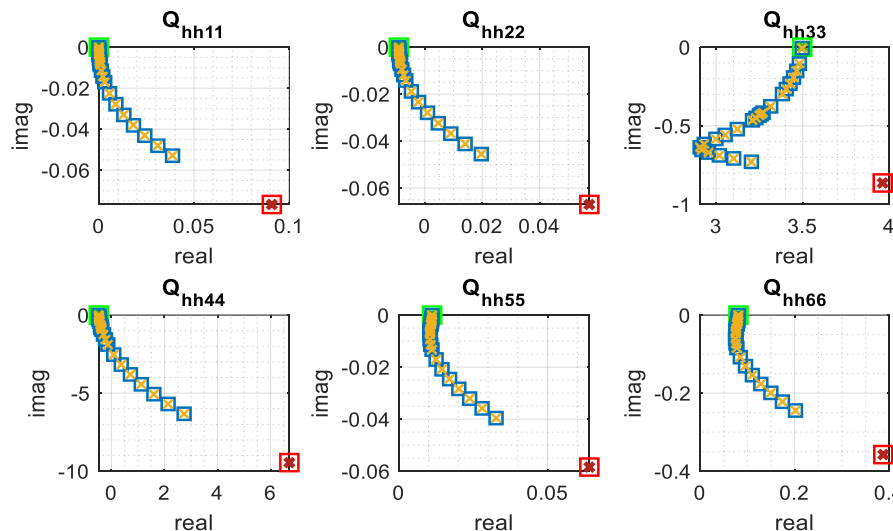
תוצאות :

קירוב הפונקציות הרציונליות :

על מנת שנוכל לבצע את האנליזה האווירואלסטית עם חוג הבקרה (אנליזת יציבות אס"א) בחרנו לעבוד במרחב המצב. כדי לעבוד במרחב המצב יש לבצע קירוב לאווירודינמיקה בעזרת פונקציות רציונליות כמתואר בפרק המודל המתמטי. מטריצות האווירודינמיקה הלא תמידית חושבו ב-25 ערכים של תדר לא ממדי K , כפי שמוצג באיור [12] ועליהן התבסס קירוב הפונקציות הרציונליות. שיטת הקירוב שנבחרה היא שיטת minimum states, והיא נבחרה מהסיבה שהיא מאפשרת לנו לעבוד במרחב מצב מצומצם ככל הניתן. לצורך הקירוב נבחרו 14 איברי לאג אווירודינמיים, ו-100 איטרציות $D \Rightarrow E \Rightarrow D$. בוצעה השוואה לקירוב בשיטת רוג'ר, שבה לא הושג דיוק גבוה יותר באופן שיגרור את שיטת הקירוב. באיור [13] מוצגת השוואה גרפית בין ערכי איברי מטריצת האווירודינמיקה Q_{hh} לבין ערכי המטריצה המקורבת לפי קירוב הפונקציות הרציונליות שבחרנו. באיור זה, האיכסים מסמנים את ערך האיבר הרלוונטי של מטריצת Q_{hh} במישור המרוכב, לפי שיטת minimum states. הריבועים מסמנים את הערך שהתקבל על ידי חישוב במישור התדר (חישוב הרפרנס), כאשר יש איקס בתוך הריבוע זה אומר שהקירוב מוצלח. בירוק יופיעו הערכים שהתקבלו עבור ערך k הראשון ובאדום עבור ערך k האחרון. הערכים שמוצגים הם ערכים על איברי האלכסון שכן הם המשמעותיים ביותר מבחינת ההשפעה על דיוק הקירוב. ניתן לראות שעבור כל האיברים המוצגים, הקירוב המתקבל מדויק.



איור 12 – ערכי התדר הלא ממדי k שנלקחו לצורך החישובים



איור 13 – השוואה גרפית בין מטריצת Q_{HH} שחושבה לבין זאת שהתקבלה מהקירוב באיברים נבחרים

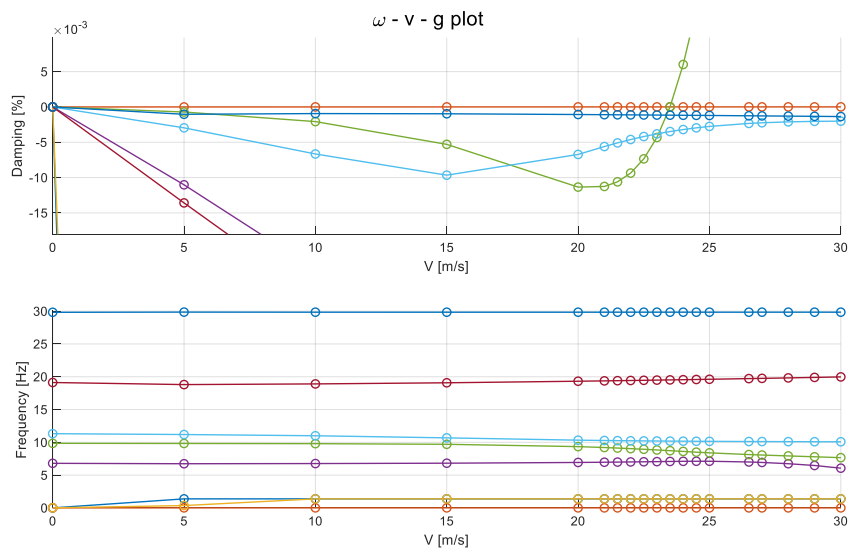
אנליזת יציבות ללא מערכת בקרה :

המקרה הסימטרי :

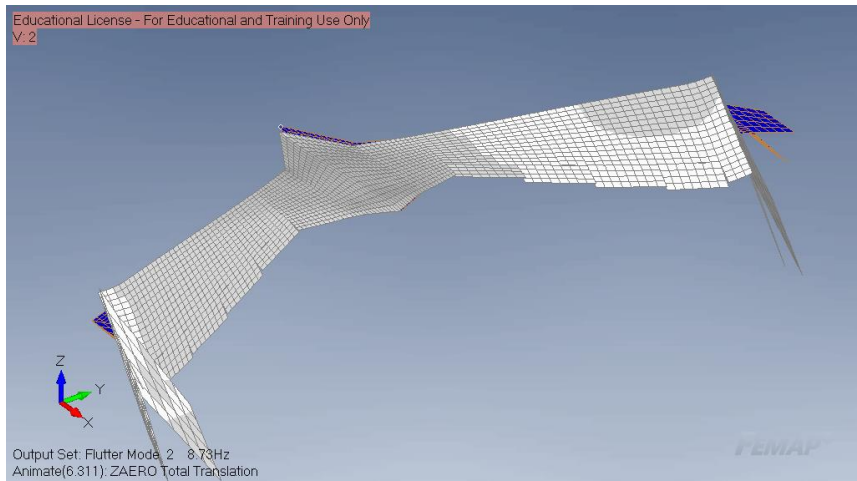
אנליזת היציבות בוצעה במישור התדר ותוך שימוש בשיטת g לחישוב פרפור [4]. תוצאות אנליזת היציבות במקרה זה מציגות את עקומי $\omega - v - g$ שהתקבלו עבור כלי הטיס ללא מערכת בקרה, והם ישמשו אותנו בבחינת השפעת חוג הבקרה על יציבות כלי הטיס. איור [14] מציג את עקומי $\omega - v - g$ עבור המודל הסימטרי, בהם ניתן לראות כי מתקבל פרפור במהירות של כ-23 מ"ש. איור [15] מציג את מנגנון הפרפור במהירות זו, המשלב תנועת עלרוד קשיח עם פיתול וכפיפה.

המקרה האנטי-סימטרי :

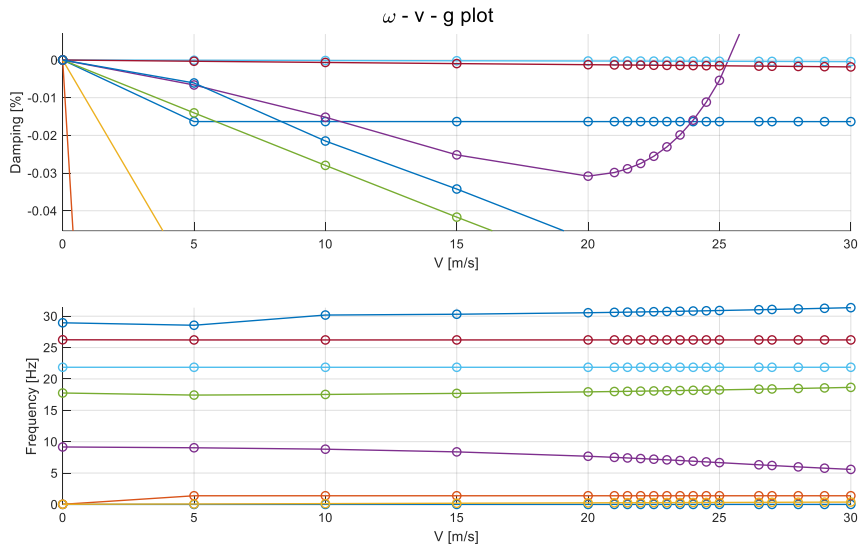
אנליזת היציבות בוצעה באופן זהה למקרה הסימטרי. איור [16] מציג את עקומי $\omega - v - g$ עבור המודל האנטי סימטרי, בהם ניתן לראות כי מתקבל פרפור במהירות של כ-25 מ"ש. איור [17] מציג את מנגנון הפרפור במהירות זו, שמכיל בעיקר תנועת פיתול אנטי-סימטרי.



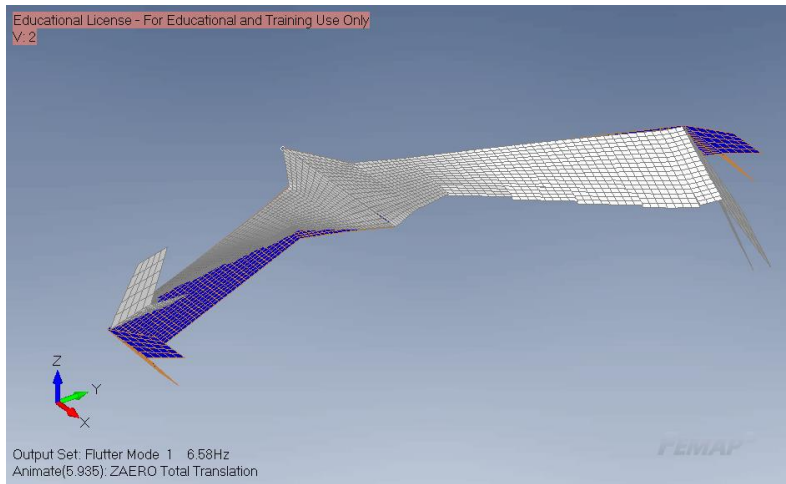
איור 14 – עקומי $w-v-g$ למקרה הסימטרי ללא מערכת בקרה



איור 15 – תיאור גרפי של מוד הפרפור הסימטרי ללא מערכת בקרה



איור 16 - עקומי w-v-g למקרה האנטי-סימטרי ללא מערכת בקרה



איור 17 - תיאור גרפי של מוד הפרפור האנטי-סימטרי ללא מערכת בקרה

אנליזת יציבות למערכת המבוקרת :

בפרק זה נציג את תוצאות אנליזת היציבות השונות, עבור המערכת המבוקרת, כאשר המפעילים של משטחי הבקרה של ה-A3TB ימודלו על ידי תמסורות G1, G2, G3, G4 כמתואר לעיל.

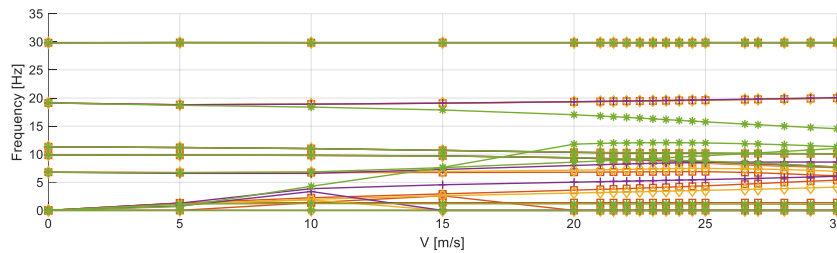
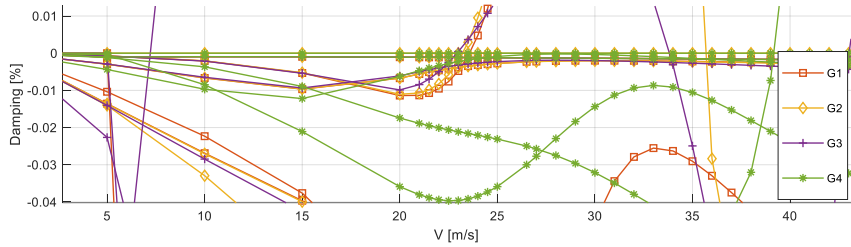
במקרה הסימטרי :

תוצאות אנליזת היציבות במקרה זה מציגה את עקומי $\omega - v - g$ שהתקבלו עבור כלי הטיס עם מערכת בקרה, לצורך בחינת השפעת חוג הבקרה על יציבות כלי הטיס. איור [18] מציג את עקומי $\omega - v - g$ עבור המודל הסימטרי, בו ניתן לראות כי מתקבל פרפור במהירות של כ-23.5, 23.5, 23.5, 39.1 מ"ש עבור התמסורות G1, G2, G3, G4 בהתאמה, כאשר מתעלמים מהחצייה הנוספת המוקדמת של G3. איור זה מלמד אותנו על רוחב הפס וזמן העלייה הנדרש מהמפעילים שלנו על מנת שחוג הבקרה יספיק להגיב ולשנות תכונות דינמיות של כלי הטיס בקרבת הפרפור. ניתן לראות כי המפעיל שעבורו חוג הבקרה מתנהג באופן שונה מהותית הוא G4. מפעיל זה הוא המפעיל עם זמן התגובה הכי מהיר שבדקנו ורוחב הפס הגדול ביותר. הסיבה לכך שראינו שינוי זה עבור המפעיל G4 היא שהוא המפעיל היחיד עם רוחב פס גדול יותר מתדר הפרפור, ולכן הוא הצליח להתמודד עם הפרפור ולהגיב בזמן להשגת השפעה על היציבות במהירות הפרפור המקורית.

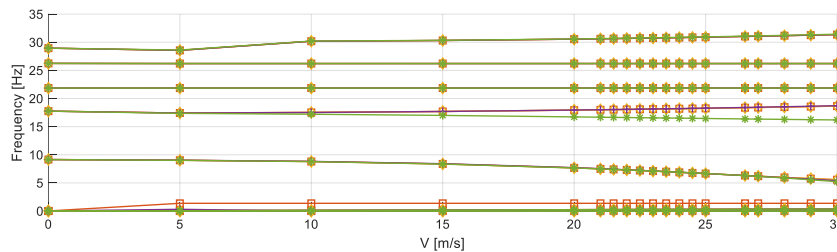
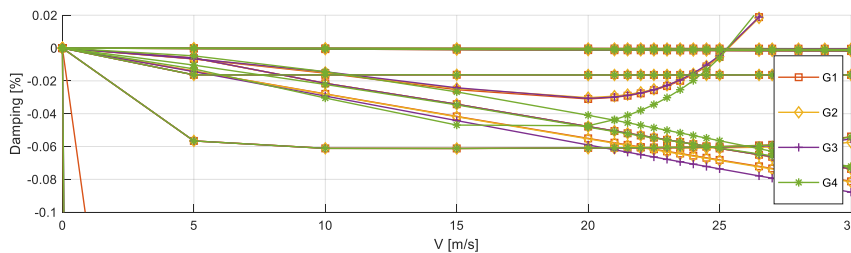
במקרה האנטי-סימטרי :

תוצאות אנליזת היציבות במקרה זה מציגה את עקומי $\omega - v - g$ שהתקבלו עבור כלי הטיס עם מערכת בקרה, לצורך בחינת השפעת חוג הבקרה על יציבות כלי הטיס. איור [19] מציג את עקומי $\omega - v - g$ עבור המודל הסימטרי, בו ניתן לראות כי מתקבל פרפור במהירות של כ-25 מ"ש עבור כל התמסורות G1, G2, G3, G4. כלומר לא מצאנו הבדל משמעותי בולט. ניתן להסיק מכך שאף אחת ממערכות הבקרה שנבחנו במקרה האנטי סימטרי לא

השפיעה על הפרפור. הסיבה לך היא שמוד הפרפור האנטי סימטרי כולל בתוכו בעיקר פיתול, כאשר חוג הבקרה האנטי סימטרי (רוחבי) מודד קצב גלגול, גלגול וסבסוב. מכיוון שחוג הבקרה הרוחבי לא מודד או מתקן ישירות את הפיתול של הכנף, ההשפעה שלו על מוד הפרפור האנטי סימטרי שמערב בעיקר פיתול היא מועטה, כפי שניתן לראות באיור המדובר.



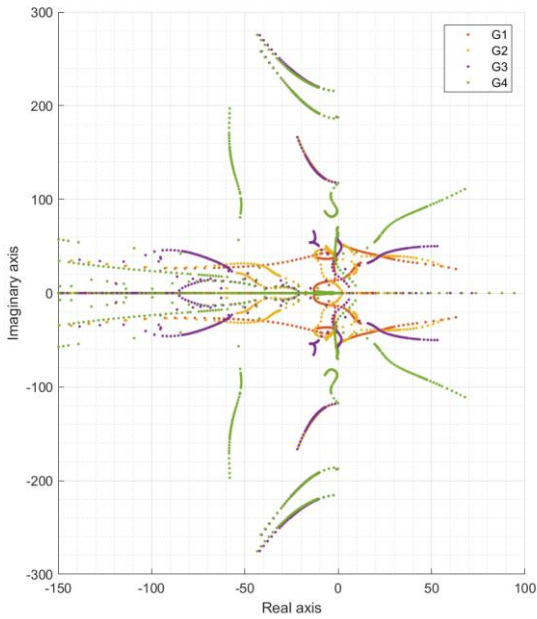
איור 18 - עקומי w-v-g למקרה הסימטרי עם מערכת בקרה ומפעילים שונים



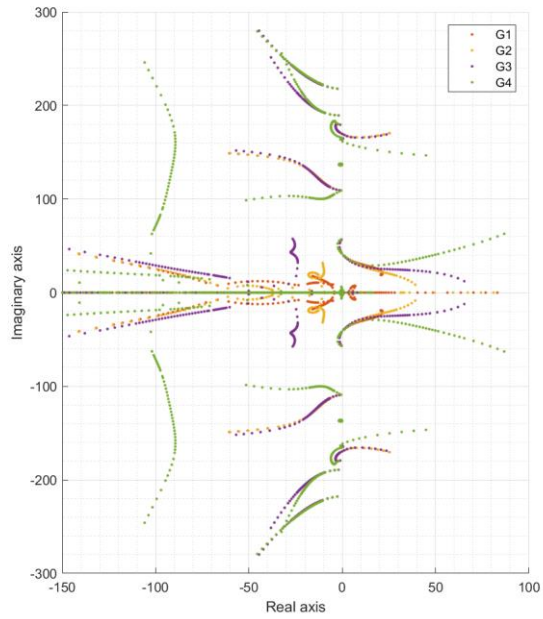
איור 19 - עקומי w-v-g למקרה האנטי-סימטרי עם מערכת בקרה ומפעילים שונים

אנליזת יציבות בגישת בקרה – קונטור קטבים

ממודל מרחב המצב שקיבלנו מקירוב הפונקציות הרציונליות, אפשר להציג את השתנות קטבי המערכת כתלות במהירות הטיסה (contour), בדומה ל [5]. עבור צורת הצגה זו של קטבי המערכת, נוכל למצוא את מהירות הפרפור בתור המהירות שבה התרחשה החציה הראשונה של אחד הענפים היציבים לתוך חצי המישור הימני. על ידי שימוש בגישה זו התקבלו ערכים דומים למהירויות הפרפור בהתאם לאלו שהתקבלו מעקומי w-v-g הנ"ל. מתווה השתנות קטבי המערכת המדובר עבור המודל האנטי-סימטרי והסימטרי מופיעים באיור מספר [20] ואיור מספר [21] בהתאמה.



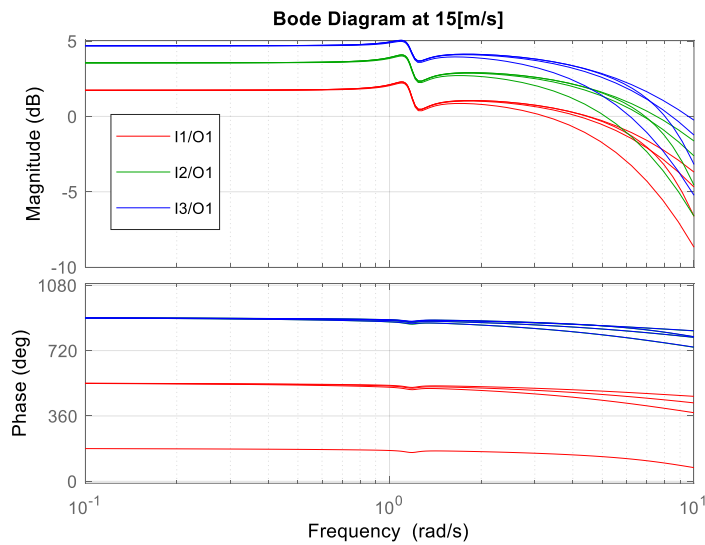
איור 21 - השתנות קטבי המערכת כתלות במהירות הטיסה עבור המודל הסימטרי



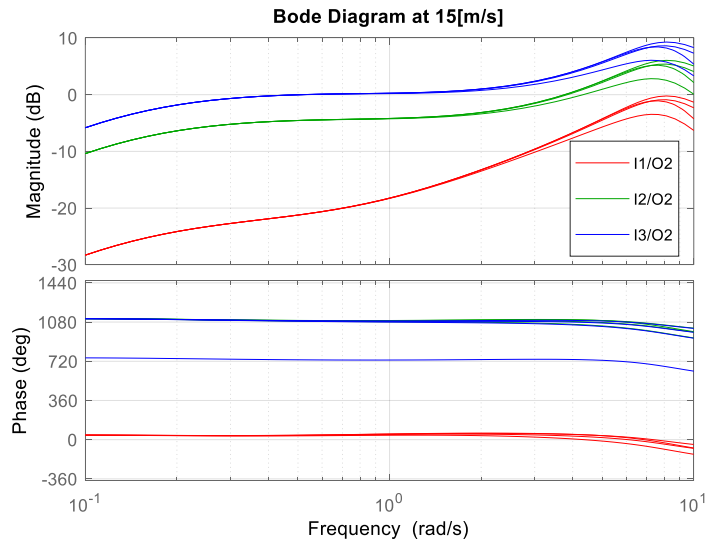
איור 20 - השתנות קטבי המערכת כתלות במהירות הטיסה עבור המודל האנטי-סימטרי

עקומי בודה

עקומי הבודה של המערכת יכולים ללמד אותנו על מידת השפעה של כל אחת מהכניסות למערכת על תגובת המערכת כפי שנקלטת בחיישנים. דוגמא לכך היא בעקומי הבודה של המערכת עבור 4 המפעילים כאשר מתבוננים על הכניסות 1,2,3 אשר משמעותן הטיית מדפים 1,2,3, כאשר 1 ממוקם צמוד לשורש הכנף 21 אחריו וכן האלה. בהתאם לסימון הכניסות והיציאות באיור [10]. איור [22] מציג את תגובת התדר של קצב הגלגול של המטוס בהתאם להטיית המדפים שממוקמים לאורך הכנף. ניתן להבחין כי ככל שהמדף בעל מומנט גדול יותר (רחוק יותר משורש הכנף), כך נצפה הגבר גדול יותר בתגובת התדר. באופן דומה, איור [23], שתואם את הסימונים באיור מספר [9] מראה את השפעת מיקום המדפים על קצב העלרוד. ניתן לראות שהמדפים שקרובים יותר לשורש הכנף בעלי השפעה נמוכה על קצב העלרוד בהשוואה לאלו במרחק גדול יותר מהשורש. הסיבה להבדל זה היא שהכנף של המטוס שלנו משוכה אחורה, ובהתאם, ככל שהמדף יותר רחוק מהשורש יש לו יותר מומנט ביחס למרכז הכובד ובהתאם ההשפעה שלו על קצב העלרוד גדלה.



איור 22 - עקומי בודה של המודל האנטי סימטרי של קצב הגלגול כתגובה להטיית המדפים השונים



איור 23 – עקומי הבודה של המודל הסימטרי המציגים את קצב העלרוד כתגובה להטיית המדפים השונים

מסקנות

כפי שראינו, הוספת חוג הבקרה לא השפיעה באופן שלילי על יציבות המטוס, ואף העלתה את מהירות הפרפור הסימטרי כאשר נעשה שימוש במפעיל G4. בנוסף, במסמך זה הצגנו שיטות שונות לביצוע אנליזת יציבות דינמית לכלי טיס גמיש וראינו שהן מניבות את אותה התוצאה. בפרט, ראינו שניתן לבצע אנליזת יציבות של כלי טיס אווירוסרוואלסטי בעזרת שיטות מתורת הבקרה כמו מתווה קטבים. הראינו שניתן ללמוד על תכונות המודל ותגובה לכניסות שונות בעזרת התבוננות בעקומי בודה, ומצאנו את דרישות התכן הראשוניות למערכת המפעילים שנרצה להתקין על מנת שכלי הטיס שלנו יספיק להגיב. כלומר, נוכל לשנות את התגובה הדינמית של כלי הטיס. ניתן לחזק מסקנה זו בהבחנה כי מבין כלל המפעילים, המפעיל שבחרנו הוא היחיד שרוחב הפס שלו גדול מתדר הפרפור. נוכל להסיק כי ניתן להשתמש במאפיין כמו תדר הפרפור כדי להגדיר דרישות לתכן בקרה עתידית.

מקורות

- [1] M. Love, P. Zink, P. Wieselmann and H. Youngren, "Body freedom flutter of high aspect ratio flying wings," in *Structural Dynamics and Materials Conference*, 2005.
- [2] M. Karpel, "Minimum-state unsteady aerodynamic approximations with flexible constraints," *Journal of Aircraft*, vol. 33, no. 6, pp. 1190-1196, 1996.
- [3] ZONA TECHNOLOGY, "ZAERO theoretical manual," Vol. 9.2, Chap.8, pp. 202, 2016.
- [4] ZONA TECHNOLOGY, "ZAERO Theoretical manual," Vol. 9.2, Chap.7, pp. 188, 2016.
- [5] B. P. Danowsky, A. Kotikalpudi, D. K. Schmidt, C. Regan and P. Seiler, "Flight Testing Flutter Suppression on a Small Flexible Flying-Wing Aircraft," in *Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, Atlanta, 2018.